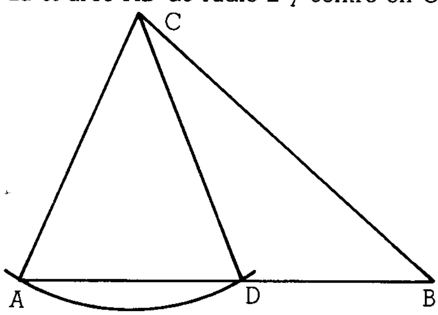
Problemas

Solución al problema sugerido por Alfinio Flores
(Educación Matemática, Vol. 1, No. 3)

En un triángulo isósceles ABC de lados de longitud 3, 3 y 2 (ver figura) se traza el arco AD de radio 2 y centro en C.

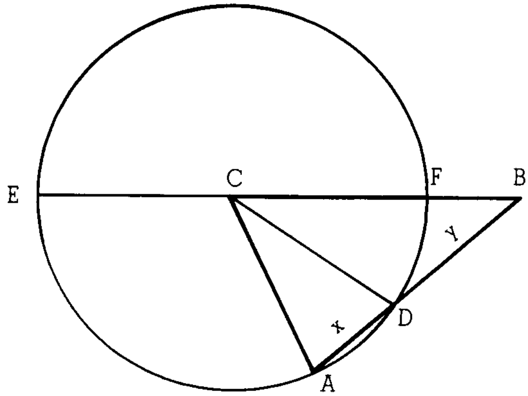


Demuestra que el ΔABC es semejante ΔABC.

Solución (AFP)

El arco con centro en C de radio 2 se prolonga hasta completar el círculo.

Se tiene que BE $\times$ BF = BA $\times$ BD.



De donde $5 \times 1 = 3 \times y$.

$$y = \frac{5}{3} \therefore x = \frac{4}{3}, \quad (x + y = 3),$$

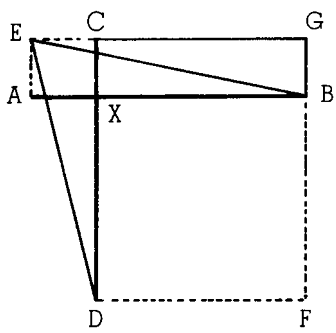
se verifica que

$$3 : 2 = 2 : \frac{4}{3}$$

$\therefore$ ΔABC es semejante a ΔDCA.

Problemas del Tercer Concurso de Matemáticas INTRA-CCH

1. AB y CD son dos segmentos de recta que se cortan en un punto X, en ángulo recto, de manera, que AX = CX y BX = DX, construya los cuadrados CXAE y BXDF. Prolongue las rectas EC y FB, hasta que se corten en G, probar que:



a) DE = BE
b) área de DEBX = área XCGB.

2. En un triángulo ABC: AB = AC. $<A = 36°$, BC = 4. Por el vértice B entra un rayo de luz, bisectando el ángulo. Este rayo de luz se reflejará en los lados del triángulo.
Determinar la longitud de la trayectoria que sigue el rayo de luz desde su punto de partida hasta que pase por un punto por el que ya había pasado.
3. Un número triangular, es un entero positivo, que se puede expresar en términos de un entero positivo n en la forma

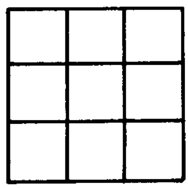
$$\frac{n(n + 1)}{2}$$

Encontrar un número triangular que sea la suma de los cuadrados de dos enteros consecutivos impares.
4. Determinar los números naturales x, y, z con x primo, tales que

$$x + y\,2\,z = 306$$
$$x^2 + y^2 = z^2$$

5. Se tiene un cierto número de bolsas donde se meterán canicas de la siguiente manera:

En la primera bolsa se mete una canica, en la segunda bolsa se meten dos, en la tercera tres, y así sucesivamente. Juanito escoge una bolsa que tiene 14 canicas menos que la bolsa que más canicas tiene y además observa que, la suma de todas las canicas de las bolsas que tienen menos canicas que la que él escogió, es igual a la suma de todas las canicas de las bolsas que tienen más canicas que la que él escogió. ¿Cuántas canicas tiene la bolsa que Juanito escogió?
6. Tomando $9a = b - 1$, y $c = 8a + 1$.
a) muestre que las siguientes expresiones, son cuadrados perfectos:
A_1: $(a - 1)b + c$.
A_2: $4ab + c$.
A_3: $16ab + c$.
A_4: $(25a + 3)b + c$.
b) ¿Cuál es la expresión para A_{21}?
7. En la cuadrícula de la figura, ¿cuántos triángulos isósceles se pueden formar, si tomamos como vértices a los puntos de intersección de los segmentos?



Problemas de solución rápida: (quickies, abotepronto)

Problemas sugeridos por Fabio Dávila

1. Si en un triángulo isósceles sus lados iguales tienen longitud a, ¿cuál debe ser la longitud del tercer lado para que su área sea máxima? (No es necesario usar Cálculo para encontrar la respuesta.)
2. Explique por qué el siguiente *no* es un contra ejemplo al último Teorema de Fermat:

"$1324^n + 791^n = 1961^n$

Donde n es un cierto natural mayor que 2".

3. DE *CRIPTO ARITMÉTICA*

$$\begin{array}{rcccc} & A & B & C & D \\ + & D & C & B & A \\ & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \hline & 12 & 3 & 0 & 0 \end{array}$$

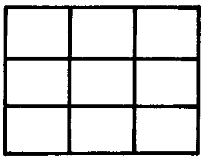
ABCD es un número de 4 cifras consecutivas en orden creciente; DCBA consta de las mismas cifras, en orden inverso. Los cuadros se deben llenar con las mismas cifras, pero se desconoce el orden. Si la suma de estos números es 12 300, ¿cuáles son estos números?

4. A una circunferencia pueden inscribirse y circunscribirse hexágonos regulares. Si el área del hexágono inscrito es de 3 unidades de área, ¿qué área tendrá el hexágono circunscrito?

Juegos

Gato salvaje

El juego tradicional de Gato se realiza sobre un cuadro dividido en nueve cuadritos más pequeños:



Participan dos jugadores que van colocando, en los cuadros pequeños alternativamente uno *sólo* cruces (×), el otro *sólo* ceros (O). Gana el juego quien pone tres cruces o tres ceros en línea (puede ser una fila, una columna o alguna de las dos diagonales). Todos los que hemos jugado al gato sabemos que jugando racionalmente, el juego siempre puede acabar empatado (¿cuál es la estrategia para cada jugador?)

En la variante del **Gato salvaje**, los jugadores pueden colocar indistintamente cruces o ceros, y *gana* el que hace una línea de ceros o cruces.

Suponiendo que ambos jugadores adoptan su mejor estrategia ¿cómo acaba el juego: Gana el jugador que tira primero, Gana el jugador que tira en segundo lugar, o se empata el juego?

En la variante del **Gato salvaje en reversa** *pierde* el que coloca tres cruces o tres ceros en línea; el juego siempre puede acabar en empate. ¿Cuál estrategia debe seguir cada jugador para que el juego acabe así?