Los recursos históricos en la educación matemática: el tratado de Alarifes de Diego López de Arenas

NOTAS DE CLASE

Educación Matemática
Vol. 10 No. 2 Agosto 1998
pp. 121-132

Fecha de recepción: Noviembre, 1997

José M. Núñez Espallargas, Jordi Servat Susagne
Universidad de Barcelona, Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de la Matemática
Passeig de la Vall d'Hebron, 171, 08035 Barcelona (ESPAÑA)
Tel: (93) 4 03 50 31 Fax: (93) 4 03 50 13 e-mail: JNE17D@D5.UB.ES

Resumen: *Se comentan brevemente algunas de las principales ventajas didácticas que ofrece la utilización de los recursos históricos en el campo de la educación matemática, haciendo hincapié en las posibilidades pedagógicas que ofrece la introducción en el aula de textos históricos seleccionados desde una perspectiva cultural amplia tanto en lo referente a las dimensiones temporales como a las espaciales. A modo de ejemplo ilustrativo se presenta un texto poco conocido proveniente del campo de la técnica: el Tratado de Alarifes de Diego López de Arenas, una obra del siglo XVII que ilustra el modo de determinar el área de terrenos o fincas poligonales empleando exclusivamente técnicas geométricas. El fragmento que se comenta ofrece el interés de no sólo presentar una serie de recursos matemáticos aplicados a la resolución del problema planteado, sino también el de permitir reflexionar y contrastar diferentes metodologías relacionándolas con unos usos sociales que trascienden el lugar y la época concretas en las que se aplican.*

Abstract: *Some of the main didactic advantages of the use of historical resources in the field of mathematical education are described. Emphasis is laid on the pedagogical possibilities of using historical texts chosen from a wide cultural perspective, both temporally and spatially. A little known text from the field of technical aplication, El tratado de Alarifes by Diego López de Arenas, is presented as an example. This seventeenth-century text illustrates a way to measure the area of plots of land or polygonal sities using only geometric techiques. The extract discussed is interesting not only because it presents a series of mathematical resources applied to the solution of the problem presented, but also because it allows us to reflect on and contrast different methods related to social uses than transcend the time and place in which they were applied.*

1. De los recursos históricos en la educación matemática

La utilización de la historia de la matemática como recurso didáctico es un campo de acción no demasiado cultivado por el profesor de esta materia. Este suele aducir toda una serie de escollos para justificar su desinterés por la cuestión. Así que argumentar, que los temas antiguos y sobre todo el enfoque que se hizo de los mismos en el pasado están demasiado alejados de la sensibilidad actual o bien, que la terminología empleada en los mismos distancia los textos de la comprensión de los alumnos. Todos estos argumentos son esencialmente ciertos, sobre todo, si no hemos sabido seleccionar adecuadamente los textos o su presentación y con ello no conseguimos más que añadir nuevos obstáculos al aprendizaje de nuestros alumnos. Pero también es cierto, que la utilización en la clase de matemáticas del comentario y del análisis de fragmentos clásicos puede aportar elementos sumamente valiosos a la formación integral del estudiante. Presentar un problema o una cuestión a un alumno, que él pueda fácilmente comprender aunque caiga fuera de su contexto cotidiano, servirá de ayuda al profesor para explicar usos de la matemática difíciles de asimilar planteados de un modo genérico o abstracto. La perspectiva histórica nos permite explicar mejor el papel que juegan determinadas técnicas o métodos matemáticos frente a otros que predominaron en el pasado. Podemos, de este modo, disponer de elementos que nos capaciten para evaluar mejor el avance de las matemáticas en paralelo con el progreso de la humanidad, al mismo tiempo que descubrimos rastros de la interrelación entre matemáticas y sociedad, aspecto éste último que en la actualidad parece relegado a un segundo plano por la priorización de los aspectos tecnológicos de la educación matemática. Tampoco se pueden despreciar las posibilidades de "hacer matemáticas" que ofrece el análisis de un problema en un contexto o con una metodología diferentes de las habituales.

Si elegimos adentrarnos en esta vía del recurso histórico debemos procurar que la terminología o el vocabulario no sea una barrera, para ello nada mejor que sea cada profesor el que decida, en función del nivel de la clase y de otras circunstancias docentes, si presenta los textos tal cual aparecieron en su primera edición, traduciéndolos en caso de estar en otras lenguas, o bien los suaviza, limando las asperezas lingüísticas que puedan contener para hacerlos más asequibles a sus alumnos, aunque sin olvidar que puede hallar en los textos originales material para reflexionar sobre el empleo del lenguaje en las matemáticas.

En muchas ocasiones se tiene la creencia de que la introducción de fragmentos históricos en la clase de matemáticas implica necesariamente hacer referencia a épocas pretéritas. Esto no es necesariamente así, no hace falta rastrear en el pasado lejano, con frecuencia, obras relativamente recientes pueden ser muy ejemplarizantes, basta con que el alumno perciba una sensación de distanciamiento. En ocasiones, éste no viene dado por la lejanía en el tiempo, sino por la lejanía cultural: incluir entre las actividades la lectura de textos escritos por autores de otros pueblos, de otros países, puede motivar la curiosidad de los alumnos y provocar debates de gran valor formativo. En este sentido la etnomatemática ofrece un potencial educativo que los profesores de matemáticas todavía no hemos apreciado suficientemente.

Otra creencia que conviene matizar es la de asociar los textos clásicos a fragmentos de grandes matemáticos de la Antigüedad, del Renacimiento o de épocas modernas. Sin quitarles la importancia que sin duda tienen determinados textos de autores como Ramus, Descartes, Euler, Galois, Cantor, Peirce, Poincaré o Russell, por sólo citar algunos de los que nos han ofrecido lecturas admirables, pueden constituir también fuentes documentales de notable interés las obras escritas por autores no estrictamente matemáticos, como pueden ser los creadores de otros campos de la ciencia o del saber en general que han cultivado la matemática ocasionalmente, los profesionales de diferentes oficios que requieren de las matemáticas para sus quehaceres, los educadores que escribieron manuales u obras de texto de matemáticas, etc. Existe una riqueza insospechada de materiales por descubrir que puede sernos de utilidad en la educación matemática de todos los niveles de la enseñanza.

En este trabajo nos proponemos presentar un ejemplo de cuanto venimos diciendo. Para ello hemos seleccionado la parte nuclear de un brevísimo tratado de alarifes escrito por Diego López de Atenas, un destacado profesional del ramo del siglo XVII. El problema que se plantea el autor es el de proporcionar a sus compañeros de oficio, la mayoría de los cuales desconocían el álgebra y tenían nociones rudimentarias del cálculo y de la geometría, los conocimientos geométricos mínimos que les permitan tasar con exactitud el valor de solares o de fincas. Como es lógico, la valoración de terrenos precisa de la determinación de sus áreas y ésta se lleva a cabo empleando exclusivamente recursos geométricos. Los fundamentos matemáticos que emplea nuestro autor no fueron inventados por él, pues habían sido desarrollados mucho siglos antes por los griegos de la época alejandrina, pero el texto que proponemos tiene, sobre otros más antiguos, la ventaja de plantear el problema en su contexto concreto y ofrecer unos procedimientos susceptibles al análisis crítico. El fragmento elegido admite, además, varios niveles de comentario, por lo que resulta aplicable, tanto en la docencia con alumnos de enseñanza secundaria, como en la formación de educadores en matemáticas o de profesorado en general.

2. De Diego López de Arenas y su obra Carpintería de lo blanco

Para mejor comprender el texto que sigue conviene apuntar algunos datos sobre el autor y su obra. De López de Arenas se sabe muy poco a excepción de lo que él mismo nos cuenta en su obra. Por la portada de la primera edición del libro sabemos que era natural de Marchena y vecino de Sevilla. Profesionalmente se encontraba dentro del gremio de los alarifes, es decir, según la terminología de la época, de aquellos peritos en cualesquiera de las artes auxiliares de la construcción, llegando a ser elegido alcalde alarife del mismo[1]. La especialidad más valorada entre los alarifes de Sevilla, en un momento en el que aún dominaba el componente de la madera en la arquitectura heredera de la tradición constructiva árabe, era la de carpintero de lo blanco. Bajo esta denominación de "carpintero de lo blanco" se designaba, tanto al carpintero que trabajaba y labraba la madera que entraba en la construcción de edificios, como al que hacía mesas, bancos, etc. en su taller. También solía utilizarse para designar ambas modalidades el término más descriptivo de "carpintero de obras de afuera y de taller". Diego López de Arenas era un experto en este arte y a él se le deben varias techumbres de iglesias de la capital y de la provincia de Sevilla. Hasta la publicación de su obra la carpintería de lo blanco se transmitía de oficales a aprendices por mero aprendizaje basado en la experiencia. Utilizando recursos geométricos López de Arenas se propuso reglamentar y someter

[1] Según las Ordenanzas de Sevilla, la mayor parte de los oficios se gobernaban por una junta, que en el gremio de alarifes se componía de un alcalde (cargo que ejercía López de Arenas cuando se imprimió su obra), dos diputados y cuatro oficiales compradores, elegidos por todos los alarifes de la ciudad. Entre las varias atribuciones del alcalde alarife estaba la de examinar a los aspirantes a oficiales.

a fórmulas fijas las viejas técnicas manuales. Con este objetivo publicó en Sevilla en 1633 en casa del impresor Luis Estupiñán una obra que muy pronto se convirtió en un clásico de la arquitectura y que fue conocida por su título abreviado: *Carpintería de lo blanco*[2]. El texto se ocupa principalmente del trabajo de la madera en la construcción, no sólo en cuanto a la montea de una armadura (trazado del plano de la combinación de maderas que sostienen la cubierta de un edificio), sino de la realización práctica de la parte decorativa-funcional, es decir, de los alfarjes o techos de maderas labradas de manera artística y sus diferentes paños (niveles o planos) con sus mocárabes (labores en forma de lazo) y amedinados (filetes de ancho variable). Siguen, a modo de apéndices, tres pequeños tratados, *de alarifes*, *del calibre* y *de relojes*, que complementan el texto principal. En 1727 y también en Sevilla, con sello del editor Manuel de la Puerta, apareció una segunda edición, ampliada con un breve suplemento debido a Santiago Rodríguez de Villafañé, en el que se actualizaban algunas de las cuestiones tratadas en la obra original. Ambas ediciones con el tiempo se hicieron rarísimas[3], por ello, cuando, en la década de los sesenta del pasado siglo, la cada editorial madrileña regentada por Manuel de Galiano inició la publicación de la Biblioteca de *El Arte en España*, pensó en esta obra para encabezar la colección. Pero el texto de López de Arenas era de difícil comprensión; el autor añadía a su poca práctica en el arte de escribir el empleo del vocabulario que se valían los alarifes sevillanos de su tiempo, lenguaje lleno de arabismos y de voces de incierto origen. Además, los grabados que acompañaban las dos primeras ediciones adolecían de numerosas inexactitudes que dificultaban aún más la inteligencia de la obra. Se encargó a dos expertos, uno en lengua árabe, Emilio Lafuente, en quien recayó la tarea de redactar un vocabulario que explicase los vocablos de ese idioma, y otro en arquitectura, Eduardo de Mariátegui, que se ocupó de la inclusión de cuantas notas, glosas y rectificaciones de figuras fueran necesarias para la correcta comprensión del texto. Esta tercera edición corregida y anotada vio la luz en 1867 y recoge fielmente la *Carpintería de lo blanco*, así como los tres breves tratados que la acompañaban en la primera edición e, incluso, el suplemento de Villafañé. A ella nos referiremos cuando citemos fragmentos[4].

Observemos, para concluir esta introducción forzosamente sintética al texto que proponemos, que su autor, a diferencia de otros contemporáneos, no se dedica a comentar a Vitruvio o a hacer gala de erudición clásica, sino a mantener una tradición artística heredada de los hispanoárabes describiendo las recetas y procedimientos empleados por los artesanos bajo la forma de reglas o fórmulas prácticas descritas con un lenguaje geométrico. El hecho de que la obra aparezca en un momento en que comienza a imponerse la estética de la arquitectura renacentista amiga de la austeridad en las formas y sólidamente fundamentada en la preceptiva herreriana explica que la obra no se reeditara inmediatamente. Como también se puede comprender fácilmente las posteriores reediciones por coincidir

---

[2] El título completo es *Breve compendio de la carpinteria de lo blanco, y tratado de alarifes, con la conclusión de la regla de Nicolás Tartaglia y otras cosas tocantes a la geometria y puntas del compás.* Existe una reproducción facsímil de esta primera edición realizada en Valencia con fecha 1982 y sello editorial Albatros.

[3] En PALAU, A., *Manual del Librero Hispano Americano*, vol. VIII, Barcelona, 1955, se afirma que de la primera edición sólo se conoce un ejemplar localizado en una biblioteca particular y de la segunda también un único ejemplar conservado en la Biblioteca Colombina del Archivo de Indias de Sevilla.

[4] Existe una cuarta edición aparecida en Madrid en 1912 y editada por la Imprenta Hijos de R. Alvarez que es una reproducción fiel de la tercera.

cronológicamente con momentos en los que se revaloriza el arte y, sobre todo, la decoración orientales[5].

3. El Tratado de alarifes

En 1626 una devastadora crecida del Guadalquivir a sólo la ciudad de Sevilla destruyendo numerosos campos y casas. Las tareas de reconstrucción obligaron a la tasación de muchos solares que habían quedado arrasados y de otros no afectados por las aguas pero que se destinaron a la edificación. Entre las funciones del alarife estaban también las de tasar terrenos. Para realizar este cometido no era suficiente su experiencia profesional en el taller o la construcción, sino que se requerían unos conocimientos geométricos que hoy consideraríamos básicos, pero que, en la época, donde la mayoría de artesanos apenas sabían leer y contar, eran considerados como elevados. Para cubrir esa necesidad tan apremiante en Sevilla en aquellos momentos López de Arenas añade a su *Carpintería de lo blanco* el breve *tratado de alarifes*, en el que pretende de un modo práctico ofrecer las reglas geométricas suficientes para permitir la valoración de solares a un alarife que ignore el cálculo de áreas. En la introducción nos dice:

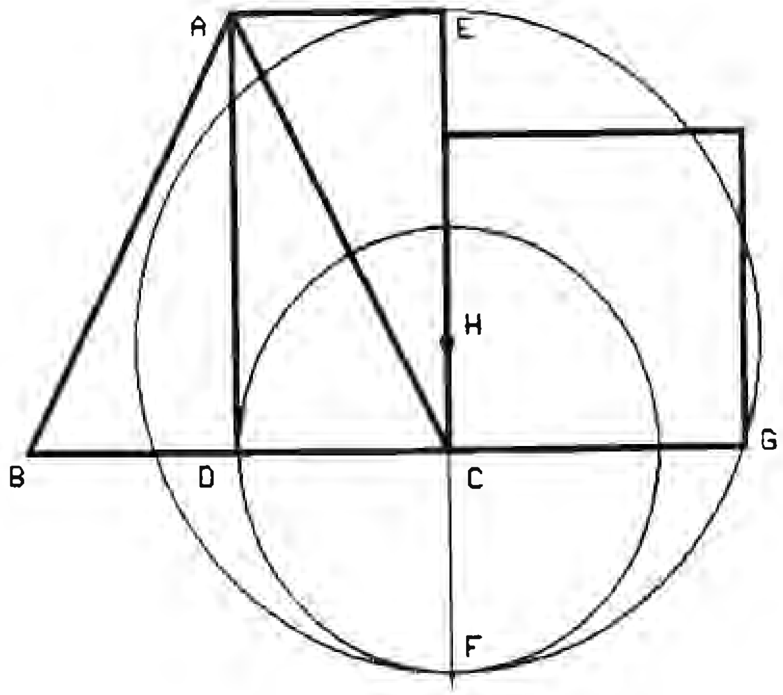
"Y porque en este compendio no falte cosa que sea de importancia, para que por ella pueda un Alcalde Alarife salir de sus dudas e ignorancias en que por momentos caen los Alarifes, que no saben más que hacer sus obras, y en cuanto al compás saben lo que para ellas basta, y con esto no cumplen con las obligaciones de Alarife, que conforme a las Ordenanzas Reales del reino de Sevilla tiene obligación precisa el Alarife de ser sabio en la Geometría; porque suele suceder muchas veces ser menester cuadrar un sitio, y medirlo, como sucede cada día, y es menester apreciarlo todo, o parte de el, y así es bien que sepa el Alarife por el todo ratear y apreciar la parte, y por el contrario, por la parte apreciar el todo, y están ya las cosas de las elecciones en Sevilla, de manera, que no mirando a los méritos del que es sabio opositor, se mira el gusto de los señores Diputados, y así son preferidos los compadres o más amigos, y así han salido hombres electos por alarifes, que no tan solamente no han sabido la Geometría, pero ni conocen la Aritmética, ni aún conocen más que las letra de sus firmas, y juran de hacer bien el oficio de Alarifes siendo imposible; porque se descartan diciendo, que hicieron su oficio lo mejor que supieron: y así pondré aquí algunas reglas de las más importantes, y algunas figuras en figura de triángulos y trapecias, reduciéndolas a paralelogramos, y sumándolas después, saber formar de todas un cuadrado, como aquí irán demostrados."

A continuación pasa a describir los procedimientos para llevar a cabo este objetivo. Nosotros los reproduciremos uno a uno fielmente en el mismo orden, utilizando también sus palabras y conservando la ortografía y la sintaxis de la mencionada tercera edición.

"... y sea la primera un triángulo equilátero, ABC y darás otra a su igual AE y quedará formado un paralelogramo: tira la línea EF por infinito, toma del paralelogramo, CD en un compás, y haciendo centro en el punto C lo pondrás desde la C a la F, parte por mitad la línea EF que será el punto H, y haciendo el

[5] Véase el excelente estudio de María Ángeles Toajas incluido en la reedición de la obra de López de Arenas publicada por la editorial Visor de Madrid en 1998.

centro en el punto H describe un semicírculo, que sus extremos sean la línea EF, tira la línea de la base del triángulo hasta el punto G que quedará comprendida con el semicírculo, y la línea CG será el lado del cuadrado que se demuestra, que contendrá en sí tanta área, o superficie plana con el triángulo."



El profesor puede optar por presentar en la clase el texto en su versión original o bien "modernizarla" gramaticalmente, pero, en todo caso, debe asegurarse de que sus alumnos interpretan correctamente algunas de las "peculiares" expresiones utilizadas por López de Arenas. Salvo cuando dice *"darás otra a su igual AE y quedará formado un paralelogramo"* con lo que se refiere críticamente a la construcción del rectángulo de vértices ADCE, las restantes expresiones no son difíciles de comprender por su espontaneidad intuitiva, aunque, sin duda, un matemático exigente pondría más de un reparo. Puede ser de interés, con alumnos de secundaria, proponerles que describan ellos mismos con sus propias palabras la construcción y comentar luego las diferentes versiones obtenidas.

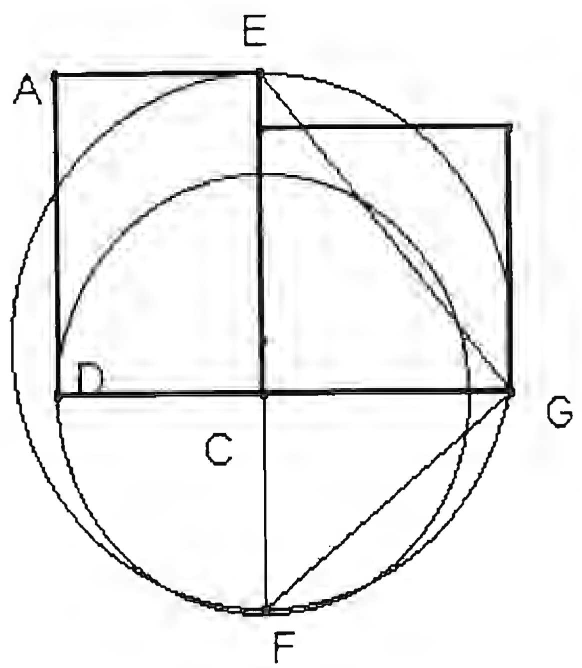
Una vez comprendido el proceso de convertir el triángulo equilátero inicial, primero en un rectángulo y después en un cuadrado, todos ellos polígonos de igual área, podemos pasar a discutir la demostración que nos asegura la validez de estas construcciones. El primer paso, de triángulo equilátero a rectángulo, no debe ofrecer dificultad; respecto al segundo, la obtención de un cuadrado de igual área a la de un rectángulo dado, el mismo autor nos proporciona una pista, afirmando sin extenderse más, que *"tiene aprobación esta regla por la proposición 14 del libro I de Euclides"*[6]. Esta ocasión permite al profesor, si no lo ha hecho con anterioridad,

[6] Muy probablemente López de Arenas utilizó la versión de los *Elementos* realizada por Rodrigo Zamorano, que apareció con el título de *Los seis libros primeros de la geometría*, editada por la Casa de Alonso de la Barrerta de Sevilla en 1576 y que fue muy divulgada en la época.

hacer un paréntesis, menor o mayor según lo crea conveniente, para referirse a los *Elementos* y animar a sus alumnos, si se dispone de alguna de las múltiples ediciones de esa obra, a que busquen la proposición citada[7].

Debemos advertir, llegados a este punto, que en nuestro afán por ser fieles al texto original, hemos reproducido el lapsus cometido por López de Arenas, pues el teorema que justifica la construcción no es la proposición 14, sino la 44 del mismo libro I *("Dado un segmento y un ángulo cualesquiera, puede construirse con ellos un paralelogramo de igual área que un triángulo dado cualquiera")*. Que se trata de un lapsus del autor o del corrector no cabe duda, puesto que, más adelante, y como tendremos ocasión de ver, se vuelve a citar la proposición para demostrar una construcción similar, y esta vez la referencia es correcta. Obviamente este comentario va dirigido sólo al profesor, pues al alumno se le evitará esta disgresión erudita.

También pueden moderarse las referencias históricas eliminando la búsqueda en fuentes griegas y, según el nivel de preparación de los alumnos, incitarles a que intenten demostrar por si mismos las construcciones. Si les resulta difícil podemos ayudarles presentándoles, por ejemplo, otra construcción que posiblemente les será más familiar, por representar el teorema de la altura (en el triángulo EFG), y sugerirles que busquen las semejanzas con la de López de Arenas.

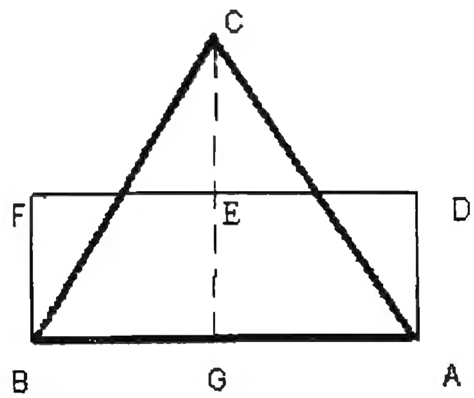


La siguiente construcción que nos presenta el alcalde alarife sevillano se refiere a la transformación de un triángulo isósceles en un rectángulo de igual área. También aquí observamos un error en el texto original que habla de triángulo rectángulo, pero el dibujo alude a un triángulo isósceles. Este error si fue advertido por el comentarista Eduardo de Mariántegui y señalado en una nota pertinente.

[7] La edición más reciente de la obra de Euclides de la que tenemos noticia en lengua castellana es la versión de María Luisa Puestas Castaños: *Elementos I-VI*, Barcelona, Planeta-DeAgostini, 1996.

Además, como la primera construcción se refería a un triángulo equilátero y la que sigue a la que nos referimos a un triángulo escaleno, es obvio el lapsus.

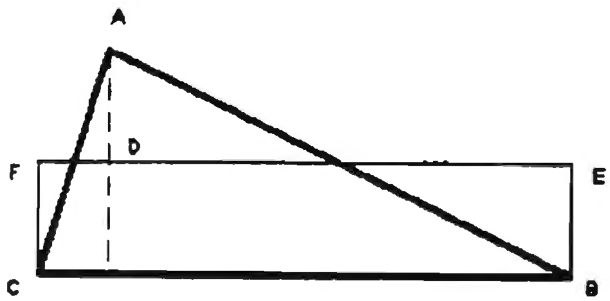
"Y para reducir a paralelogramo la segunda figura que es un triángulo isósceles, se hace así: Sea el triángulo propuesto ABC y será el punto G la mitad de la base, levanta sobre este punto la línea GC, parte esta línea por mitad en el punto E, tira una línea DF paralela con la base AB, levanta dos líneas, la una en el punto B y la otra en el punto A paralelas con GC, y este será el paralelogramo del triángulo isósceles propuesto."



No debe ofrecer dificultades a los alumnos seguir los pasos de la construcción. En cuanto a su demostración del autor nos remite a Euclides y más concretamente a la proposición 26 del libro I de los *Elementos* (*"El triángulo que tiene dos ángulos iguales a los de otro triángulo y el lado comprendido entre ambos también igual, es igual al otro triángulo en todos los sentidos"*).

A continuación López de Arenas repite la construcción con el tercer tipo de triángulos:

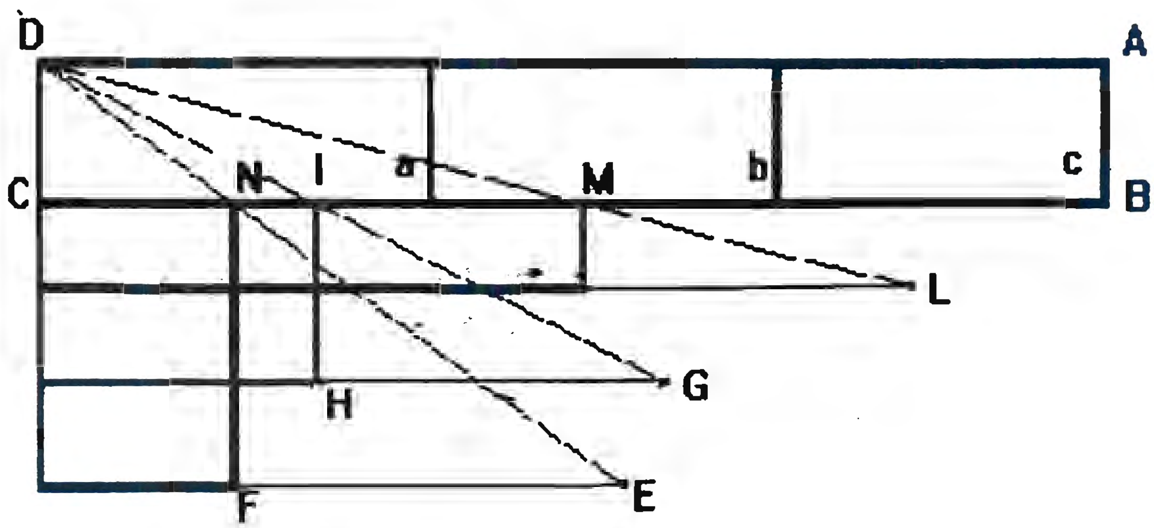
"Y para la tercera figura, que será un triángulo escaleno, harás así: Sea el triángulo propuesto ABC, levanta sobre la base en ángulo recto una línea que toque en el ángulo y punto A, parte esta perpendicular por medio en el punto D tira una línea paralela con la base, que pase por el punto D, levanta en los extremos del triángulo BC dos líneas en ángulos rectos, que serán la anchura del paralelogramo propuesto, como lo dicen las letras BEFC como aquí se demuestra, y el dicho paralelogramo contiene en sí tanta área como el dicho triángulo escaleno."



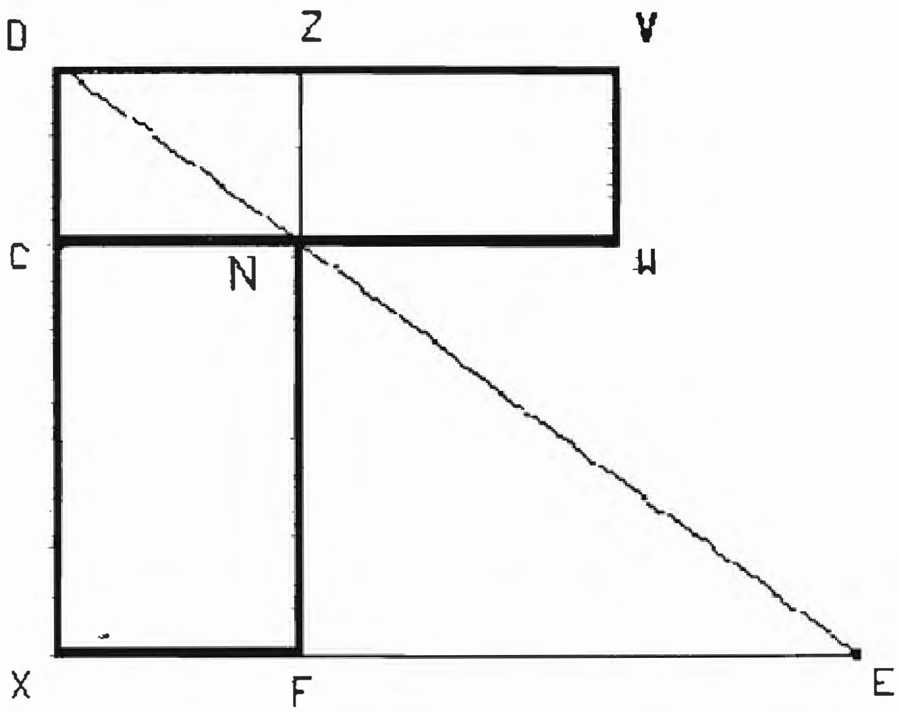
Observemos de qué forma más castiza *(levanta sobre la base en ángulo recto una línea que toque en el ángulo y punto A)* describe la construcción que nosotros habitualmente denominamos "trazar la altura por el vértice A". Cabe preguntar a los alumnos si es correcta. Precisamente ésta y otras expresiones nos pueden llevar a reflexionar sobre el uso del vocabulario en el aula. ¿Es imprescindible emplear y exigir al alumno la terminología "oficial" o bien, pueden permitirse libertades, que la riqueza de la lengua ofrece, siempre y cuando no se incite a error o a confusión?

Una vez conseguido el objetivo de transformar cualquier triángulo en un rectángulo de igual área, nuestro autor se propone mostrar el procedimiento mediante el cual podemos construir a partir de una serie de rectángulos otro cuya área sea la suma de las áreas parciales. El método consiste en transformar cada uno de los rectángulos iniciales en otros rectángulos que se caractericen por tener un lado igual (un segmento cualquiera); de este modo se podrán "sumar" los rectángulos obtenidos colocándolos unos a continuación de otros y donde la "unión" de todos ellos será el rectángulo buscado. Dejemos hablar a López de Arenas:

"Y para sumar estas tres figuras (se refiere a los tres triángulos de las construcciones anteriores), o *sus paralelogramos, harás así: Saca un paralelogramo como ABCD, echa una línea por infinito, DC y quiero que sea el primero que quiero sumar el paralelogramo del triángulo equilátero, toma CD y pónlo debajo del paralelogramo que dejamos dicho a tu alvedrío, que será de la C para abajo, saca una línea del punto D que toque en el ángulo del dicho paralelogramo* (se refiere al vértice N), *que será DE y la cantidad EF pasarás al paralelogramo hecho a tu alvedrío. Pasada ya esta cantidad sumarás luego la segunda figura, que es el paralelogramo del triángulo isósceles, tomando en el compás, AD o la BF* (se refiere a los vértices del rectángulo de la segunda construcción) *que todo es uno, y pónlo debajo del paralelogramo hecho a tu alvedrío del punto C para abajo, que será H y saca una línea que pase por el punto el ángulo de dicho paralelogramo, que será la línea DG, y la cantidad de GH pasarás al paralelogramo hecho a tu alvedrío, que es la figura que se sigue a la de la D. Y para sumar el paralelogramo del triángulo escaleno, que será CM, saca una línea del punto D que pase por el ángulo del dicho paralelogramo y punto M que llegue a la L, y lo que hay de la L a la M pasarás al paralelogramo que hiciste a tu alvedrío, que es el alto, y así habrás sumado todos y cualesquier paralelogramos."*



En esta ocasión, no cabe duda de que la redacción del maestro alarife resulta difícil de comprender aún contando con la ayuda del correspondiente dibujo. A esta impresión contribuye la falta de letras para delimitar los paralelogramos a los que hace referencia y que se van superponiendo, si bien es verdad, que de colocar todas las letras necesarias el dibujo adoptaría una impresión de galimatías que hubiera provocado confusión en los lectores de la obra. Es un buen ejercicio en sí mismo el descifrado del texto, pero si los alumnos no acaban de comprender el proceso, les resultará de ayuda dividirlo en fases. En la primera se tratará de transformar un rectángulo dado en otro de igual área que tenga uno de sus lados igual a una longitud arbitraria. Intentando complementar la notación original podemos designar el rectángulo inicial CXFN, el segmento arbitrario que constituirá el lado del nuevo rectángulo es DC y lo situaremos sobre la misma recta que define CX, de modo que DC sea contiguo al lado CX. La recta DN cortará a la recta XF en un punto E. Entonces el segmento FE constituirá el lado que buscábamos para construir DCWV, rectángulo de igual área que el CXFN. Las siguientes fases no deben constituir ninguna dificultad, pues repiten, en cada caso, el mismo proceso, colocando unos junto a otros sobre la banda de anchura DC los nuevos rectángulos obtenidos.



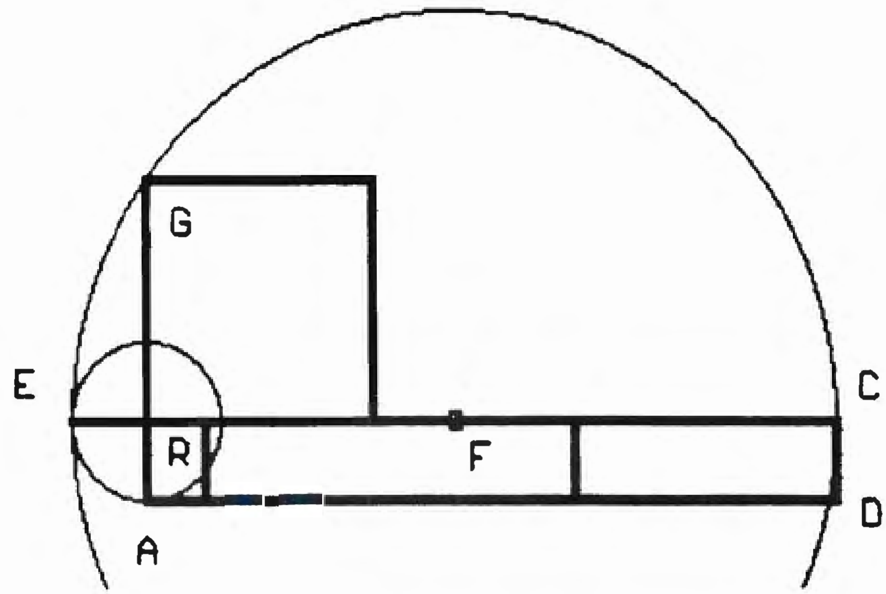
López de Arenas no da en esta ocasión ninguna referencia que justifique la construcción. Pero observando el dibujo que representa sólo la primera fase nos percataremos fácilmente que los triángulos DYZ y YFE son semejantes al tener los tres ángulos respectivamente iguales. Luego se cumple la siguiente relación de proporcionalidad entre los lados:

$$YF/ZY = FE/DZ$$

Como se verifica por la construcción que DZ = CY, ZY = DC y FE = CW, entonces CY * YF = DC * C, es decir, ambos rectángulos, el CXFY y el DCVW, tienen igual área. Si deseamos que nuestros alumnos manejen la obra de Euclides, les indicaremos que el teorema que prueba la construcción es la proposición 4 del libro VI *("Dos triángulos con ángulos respectivamente iguales tienen los lados respectivos proporcionales").*

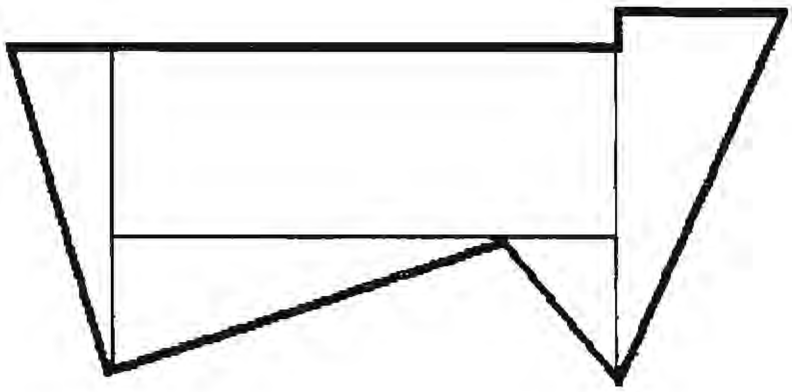
Volvamos al Tratado de alarifes:

"Si quieres ahora saber el cuadrado que harán las tres figuras, harás así: Forma otro paralelogramo semejante al de esta (última) demostración. Que será ABCD y pasa a él las tres figuras del triángulo equilátero, isósceles y escaleno, que están comprendidas debajo de las cuatro letras D C A B, tira la línea CE del dicho paralelogramo en tanta cantidad como el ancho del paralelogramo AB, pon la punta del compás en el punto B, y da la cuarta de círculo AE, parte la línea EC en dos mitades, que será el punto F. Pon la punta del compás en el punto F, y la otra en la letra C y da el semicírculo CE, pasa la línea ABG y BG será el lado del cuadrado, que contendrá en sí las tres figuras propuestas."



Ni el texto ni la demostración de esta construcción debe ofrecer dificultad al alumno, pues éste debería ya estar habituado a estas alturas a la peculiar manera de describir que tiene López de Arenas y la prueba se basa, como en la primera construcción, en el teorema de la altura o si nos referimos a los *Elementos "se prueba por la proposición 44 del libro I de Euclides."*

Con esta última construcción nuestro autor alcanza el objetivo que se había propuesto: dar al alarife poco dicho en matemáticas una serie de reglas prácticas para determinar el área de fincas o terrenos. A continuación propone un caso práctico: un solar y una partición del mismo en 4 triángulos y un rectángulo. Utilizando sus reglas determinada la cuadratura del mismo y con ese valor acude a una serie de tablas que le permiten tasar el valor del solar en función de la zona de la ciudad en la que se encuentre emplazado.



Según el nivel o el tiempo de que dispongamos podemos proponer a nuestros alumnos toda una serie de actividades matemáticas de diferente grado de dificultad. Veamos algunas sugerencias posibles:

- El ejemplo descrito por López de Arenas supone seis construcciones, cuatro transformaciones de triángulos en rectángulos de igual área, la conversión de estos cuatro rectángulos y el inicial en rectángulos con un lado igual y, finalmente, la cuadratura de los cinco rectángulos. ¿Es posible plantear otra partición del solar del ejemplo que implique un número menor de construcciones?
- ¿Este método para cuadrar un solar puede aplicarse a cualquier forma de terreno?

Establecer las condiciones exigibles.

- ¿Por qué López de Arenas al tratar las transformaciones de los triángulos en rectángulos establece la tipología que hemos visto? ¿Cabe simplificarla?
- Las reglas planteadas por el maestro alarife son suficientes para cuadrar el solar que propone como ejemplo, pero ¿son todas ellas necesarias?
- Si enfocáramos el problema a partir de la triangulación prescindiendo de los rectángulos y buscáramos cuadrados equivalentes a los triángulos, ¿qué dificultad hallaríamos utilizando recursos puramente geométricos cuando quisiéramos determinar el área de un polígono?
- ¿Podemos aplicar esta metodología propuesta por López de Arenas para realizar geometricamente las operaciones aritméticas (adiciones, sustracciones, multiplicaciones, divisiones, extracción de raíces cuadradas) que habitualmente calculamos mediante algoritmos?
- ¿Conoces otros problemas, situaciones o contextos en los que este dualismo entre métodos algebraicos y geométricos pueda presentarse?