

---

## Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias

María Jesús Cañizares Castellanos

Directora: Dra. Carmen Batanero Bernabeu

Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Fecha de presentación: Noviembre, 1997

---

RESEÑAS  
DE TESIS  
DE POSGRADO

*Educación Matemática*

*Vol. 10 No. 2 Agosto 1998*

*pp. 147-149*

Uno de los temas cuya enseñanza ha estado más influida por las teorías de Piaget ha sido la probabilidad. Piaget concebía el azar como complementario a la noción de causa y como composición de operaciones de mezcla no reversibles de mecanismo causales entre un conjunto de posibilidades de las que sólo algunas estarían presentes en cada suceso aleatorio particular. El azar sería, por tanto, un dominio complementario de la composición lógica, y no podría ser adquirido hasta que se constituyan las operaciones reversibles, por comparación con ellas. Sólo con la posesión de un esquema combinatorio capaz de considerar el conjunto de posibilidades y la proporción de los casos favorables a un suceso dado con el total de las mismas, aparece la idea de probabilidad. Por tanto, para Piaget la comprensión de la idea de azar y probabilidad requiere la adquisición de razonamiento combinatorio y proporcional y la idea de causalidad. Esto explica el retraso en la enseñanza de la probabilidad durante las dos décadas pasadas, en las que se venía iniciando a partir de la adolescencia. La opinión de Piaget también ha ocasionado que la enseñanza de la probabilidad se realizara con un enfoque clásico, basado en el cálculo combinatorio.

En España no hemos estado exentos de esta influencia, ya que en el anterior plan de estudios, la probabilidad se introducía en 1er. curso de Bachillerato y aún entonces, sólo se dedicaban dos o tres semanas al tema, continuándose el mismo en el 3er. curso de Bachillerato (16-17 años). El enfoque que se presentaba era excesivamente formal y se basaba en el cálculo combinatorio.

En los últimos años asistimos a una reforma de la enseñanza obligatoria que concede un mayor peso al estudio de la probabilidad por parte de los niños. Los nuevos diseños curriculares enfatizan la necesidad de iniciar lo antes posible el estudio de los fenómenos aleatorios y de cambiar también la metodología de enseñanza para hacerla más activa y exploratoria. Se sugiere que los alumnos realicen experimentos aleatorios, recojan datos de los mismos, analicen los resultados y estimen las probabilidades de los sucesos de interés a partir de las frecuencias relativas observadas. Este enfoque no precisa un razonamiento combinatorio fuerte y podría servir para confrontar a los alumnos con sus concepciones probabilísticas incorrectas, a partir de los datos experimentales.

El éxito de esta propuesta descansa, sin embargo, en la elección adecuada de las tareas a plantear a los alumnos, según sus capacidades en el razonamiento estocástico y sus prerrequisitos. Aunque el enfoque frecuencial de la probabilidad puede obviar la necesidad de razonamiento combinatorio, debido al uso de la experimentación y simulación para la resolución de problemas probabilísticos, el

razonamiento proporcional sigue siendo preciso, puesto que la frecuencia relativa se define a partir de una proporción. Por otro lado, la idea de probabilidad es algo más que una proporción, puesto que, para asignar o comparar probabilidades, el niño debe movilizar su concepción sobre el experimento aleatorio. Debe ser capaz de diferenciar los sucesos posibles en este experimento (espacio muestral), asociar el número de casos favorables al suceso dado, el número de casos desfavorables al suceso contrario y considerar el número total de posibilidades. Finalmente, debe ser capaz de discriminar los casos en que sea posible o no aplicar el principio de indiferencia.

La pregunta general que nos planteamos en nuestra investigación es si los alumnos poseen los requisitos suficientes para que sea posible adelantar la enseñanza de la probabilidad antes de la adolescencia y qué tipo de tareas probabilísticas serían adecuadas para esta iniciación. En particular, nos hemos centrado en el intervalo de edad 10-14 años y hemos tomado como referencia dos investigaciones sobre el razonamiento probabilístico intuitivo en este periodo de edad: las de Green (1982) y Fischbein y Gazit (1984). En síntesis, las preguntas que nos hemos planteado sobre el razonamiento probabilístico de estos niños son las siguientes:

⇒ ¿Cuál es el nivel de razonamiento probabilístico de los niños de nuestro entorno sociocultural? ¿Coincide con los resultados de Green para los escolares del Reino Unido de la misma edad? ¿Es el nivel de razonamiento probabilístico obtenido mediante el instrumento de Green un buen indicador de la capacidad de resolver problemas de probabilidad y del éxito en otros instrumentos de evaluación del razonamiento probabilístico?

⇒ ¿Progresan el razonamiento probabilístico en forma lineal o tiene un carácter exponencial y sistémico? ¿Podemos identificar componentes diferenciados en el razonamiento probabilístico de los niños que no han recibido instrucción en probabilidad? ¿Corresponde alguno de estos componentes al uso de elementos subjetivos en la asignación y comparación de probabilidades?

⇒ ¿Cómo resuelven los niños que no han tenido instrucción en probabilidad, problemas de comparación de probabilidades simples? ¿Usan estrategias normativas o se dejan influir por elementos subjetivos? ¿Cómo cambian sus estrategias en el periodo 10-14 años? ¿Cómo dependen de su nivel de razonamiento proporcional?

Para responder estas preguntas, nuestra tesis se ha centrado en la evaluación del razonamiento probabilístico de los alumnos de edades comprendidas entre 10 y 15 años y ha sido abordada en dos fases sucesivas, en las cuales hemos procedido con diferente enfoque y profundidad.

En una primera fase, que se describe en el Capítulo 2, hemos llevado a cabo un estudio comparativo de dos instrumentos clásicos de evaluación de intuiciones probabilísticas sobre una misma muestra de 321 alumnos de los cursos 5° a 8° de E.G.B. Los instrumentos han sido tomados de Green (1982) y Fischbein y Gazit (1984) y ambos están pensados para alumnos de las edades utilizadas en nuestra investigación que no hayan recibido instrucción en probabilidad. El primero de ellos evalúa una gama muy amplia de contenidos probabilísticos y permite situar al alumno en un nivel de razonamiento probabilístico de acuerdo con las teorías de Piaget e Inhelder. El segundo tiene un contenido más limitado, pero también evalúa el uso que hacen los niños de elementos subjetivos en la asignación de

probabilidades. Además de comparar nuestros resultados con los de los autores citados, mostramos la falta de correlación entre las puntuaciones de ambos instrumentos, lo que indica que el test de Fischbein y Gazit contiene elementos no evaluados en el estudio de Green. Este resultado es confirmado con el estudio multivariante en el que los ítems de Fischbein que contienen elementos subjetivos se configuran como factores independientes en el análisis factorial conjunto.

En una segunda fase de la investigación profundizamos en el empleo, por parte de los niños, de estos elementos subjetivos en la asignación y comparación de probabilidades, y su relación con el razonamiento proporcional. Para ellos construimos un nuevo instrumento de evaluación incluyendo el test completo de Fischbein y Gazit y algunos ítems de Green, entre los que destacan los de comparación de probabilidades. Con este nuevo instrumento se obtuvieron datos de una muestra de 130 alumnos de los cursos 5° y 6° de E.G.B. y 1° y 2° de E.S.O., que se analizan con profundidad en el Capítulo 3. En particular estudiamos las estrategias y niveles en los ítems de comparación de probabilidades, utilizando los descritos por Noelting (1980 a y b) para la comparación de fracciones. Asimismo, analizamos las creencias subjetivas de los alumnos sobre la independencia, control del azar y juego equitativo, junto con un razonamiento combinatorio. Las tipologías de razonamiento de los alumnos son descritas con detalle a partir de una serie de entrevistas realizadas a dos alumnos de cada uno de los niveles escolares seleccionados. Éstas se describen en el Capítulo 4.

Como consecuencia de nuestro trabajo, creemos que es necesario rechazar la hipótesis de estructura lineal del razonamiento probabilístico de los niños y que las etapas descritas en la teoría de Piaget no deben ser entendidas en sentido global. Por el contrario un mismo niño puede estar en diversas etapas para diferentes conceptos y tipos de problemas probabilísticos y así, el razonamiento probabilístico de los niños se describe preferentemente mediante un constructo de tipo vectorial y sistémico, entre cuyos componentes podemos citar la aleatoriedad, independencia, elementos subjetivos, razonamiento proporcional y combinatorio. Como consecuencia, se hace preciso un estudio individualizado de cada uno de estos componentes y un tratamiento didáctico específico de las dificultades de razonamiento y comprensión asociadas, lo que abre un campo de investigación muy amplio en relación con la iniciación de la enseñanza de la probabilidad. Finalizamos la tesis con los anexos y referencias, que pueden ser también de utilidad para otros investigadores interesados por la evaluación del razonamiento estocástico de los alumnos de últimos cursos de primaria o primeros cursos de secundaria.