

## CONTRIBUCIONES PARA A DOCENCIA

# La taxonomía de comprensión gráfica de Curcio a través del gráfico de Minard: una clase en septimo grado

Soledad Estrella y Raimundo Olfos

**Resumen:** Se da a conocer una situación de aula basada en el gráfico de Minard cuyo objetivo es desarrollar en los alumnos la capacidad de comprensión gráfica, siguiendo la taxonomía de Curcio. La situación fue implementada en séptimo grado para facilitar la comprensión gráfica, como parte del desarrollo del pensamiento estadístico de los alumnos, una de las finalidades del área de Estadística y Probabilidades del currículo escolar. La propuesta estructurada bajo una visión constructivista del aprendizaje, provee a los estudiantes la oportunidad para elaborar estrategias personales usando sus conocimientos adquiridos y da oportunidad a los docentes para que orienten a sus estudiantes hacia la indagación y el desarrollo de un pensamiento autónomo, por sobre la adquisición de conocimientos específicos.

**Palabras Clave:** taxonomía de comprensión gráfica, educación estadística, alfabetización estadística, enseñanza de la estadística, didáctica de la estadística.

**Curcio's taxonomy of graphical understanding through Minard's graph, a lesson in seventh grade**

**Abstract:** This paper discloses a classroom situation based on the Minard' graph, that aims to develop in students the ability to understand graphs according to Curcio's taxonomy. The situation was implemented to facilitate graphic understanding as part of the development of students' statistical thinking, one of the purposes of the area of Statistics and Probability in the school curriculum. The teaching activity is structured in a constructivist view of learning, it encourages students to develop personal strategies using their acquired skills and it provides teachers the opportunity to guide students toward investigation and the development of an autonomous thought over the acquisition of specific knowledge.

**Keywords:** taxonomy of graph understanding, statistical education, statistical literacy, teaching statistics, didactics of statistics.

Fecha de recepción: 7 de mayo de 2012. Fecha de aceptación: 30 de agosto de 2012.

## INTRODUCCIÓN

La alfabetización estadística es un derecho ciudadano, como lo describen del Pino y Estrella, “una persona alfabetizada estadísticamente debe ser capaz de leer e interpretar los datos; usar argumentos estadísticos para dar evidencias sobre la validez de alguna afirmación; pensar críticamente sobre las afirmaciones, las encuestas y los estudios estadísticos que aparecen en los medios de comunicación; leer e interpretar tablas, gráficos y medidas de resumen que aparecen en los medios; interpretar, evaluar críticamente y comunicar información estadística; comprender y utilizar el lenguaje y las herramientas básicas de la estadística; apreciar el valor de la estadística en la vida cotidiana, la vida cívica y la vida profesional en calidad de consumidor de datos, de modo de actuar como un ciudadano informado y crítico en la sociedad basada en la información” (2012: 55).

Una alfabetización estadística tiene como propósitos proveer de conocimientos y habilidades que empoderen a las personas con herramientas para pensar por sí mismas y confrontar los resultados y las representaciones que entregan los expertos y los medios.

## EL SENTIDO GRÁFICO

Para desarrollar un pensamiento más sofisticado dentro del proceso de representar de datos, como parte de la alfabetización estadística, es necesario integrar tanto la comprensión gráfica y el sentido gráfico.

La comprensión gráfica históricamente ha estado asociada a leer e interpretar gráficos. Tres conductas se relacionan con la comprensión gráfica: traducción, interpretación, extrapolación/interpolación. Friel, Curcio y Bright (2001) describen la comprensión o sentido gráfico a partir de una gama de conductas, como leer, describir, interpretar, analizar y extrapolar/interpolar datos desde los gráficos. De acuerdo con estos autores, el sentido gráfico se desarrolla gradualmente como resultado del diseño de presentaciones gráficas de datos, explorando su uso en una variedad de contextos que requieren dar sentido a los datos, y relacionándolos de manera no limitante a la construcción gráfica o a la extracción de datos simples.

La acción cognitiva de construir gráficos puede conceptualizarse como un proceso por el cual las personas establecen relaciones entre datos, infieren información a través de la construcción y/o de la interpretación de gráficos. En

palabras de Tufte (1983) “Los gráficos muestran los datos. De hecho, los gráficos pueden ser más precisos y reveladores que los convencionales cálculos estadísticos”.

Si atendemos al gráfico como una construcción, podemos identificar algunos elementos estructurales generales: el título y los rótulos que indican el contenido contextual del gráfico y las variables representadas; el marco del gráfico incluye los ejes, escalas, líneas de división, y marcas de referencia en cada eje, entre otros; los especificadores del gráfico, que son las dimensiones visuales usadas para representar y visualizar los datos, como los rectángulos en el histograma o los puntos en el diagrama de dispersión, y los rótulos de los datos y fondo incluyendo colores, tramas, o imágenes sobre las que el gráfico puede presentarse.

Sin bien, la familiaridad con los componentes de un gráfico no asegura la comprensión del mismo, puesto que el contexto también incide en la comprensión gráfica; tal familiaridad es una condición necesaria para alcanzar dicha comprensión. Friel *et al.* (2001) previenen que no todos los especificadores son igualmente sencillos de comprender, constatándose diversos niveles de dificultad: posición en una escala homogénea (gráficos de línea, de barras, de puntos, algunos pictogramas e histogramas); posición en una escala no homogénea (gráficos polares, gráficos bivariantes); longitud (gráficos poligonales, árboles), ángulo o pendiente (diagrama de sectores, discos), área (círculos, pictogramas), volumen (cubos, algunos mapas estadísticos) y color (mapas estadísticos codificados mediante color).

## CARACTERÍSTICAS DEL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO

Garfield (2002) establece el desarrollo cognitivo respecto a la Educación Estadística en tres ámbitos: la alfabetización estadística, el razonamiento estadístico y el pensamiento estadístico, transitando el estudiante en este proceso desde la escuela al nivel universitario, como usuario a productor de estadística. La alfabetización estadística es el resultado esperado de la escolarización, las acciones vinculadas de la escuela en la alfabetización estadística constituyen parte esencial de la existencia, desarrollo y sentido del pensamiento estadístico.

Astolfi (1993) identifica cinco modos de pensamiento estadístico: deductivo, inductivo, dialéctico, divergente y analógico. Considerando estas características Régnier (2003) concluye que el pensamiento estadístico integra de manera dominante, el pensamiento analógico y el inductivo (tabla 1).

Sucintamente, el pensamiento analógico implica identificar un sistema común de relaciones entre dos dominios y generar inferencias inspiradas por estos elementos comunes; y el pensamiento inductivo involucra formar conjeturas desde la observación de la realidad, de reconocer patrones en los datos, y hacer generalizaciones basándose en esos patrones.

**Tabla 1: Características del pensamiento inductivo y del analógico (Régnier, 2003).**

<i>Características principales del pensamiento inductivo</i>	<i>Características principales del pensamiento analógico</i>
Organizar los datos para intentar explicar.	Extender un dominio nuevo establecido en otro contexto.
Superar el nivel de los hechos para acceder a mecanismos explicativos.	Utilizar de manera sistemática, la crítica, la comparación y la metáfora.
Buscar las tendencias, regularidades, evoluciones, invariantes.	

Los procesos fundamentales de describir, organizar, reducir y representar los datos entran en juego cuando comienza el proceso de Análisis de Datos, quizás el proceso más complejo del pensamiento estadístico. Analizar los datos consiste en identificar las tendencias y hacer inferencias o predicciones a partir de estadísticos, diagramas, tablas, o gráficos. Esto involucra hacer comparaciones *dentro* de los conjuntos de datos o representaciones de los datos, hacer comparaciones *entre* conjuntos de datos o representaciones de los datos, y hacer inferencias a partir de un determinado conjunto de datos o representación de datos.

Los profesores pueden considerar, para sí mismos, el marco de comprensión gráfica en contexto propuesto por Kemp y Kissane (2010) para estudiantes universitarios, cuyo fin es entregar estrategias eficientes de lectura y de interpretación crítica de un gráfico, en los siguientes cinco pasos: (1) leer el título, los ejes, encabezados, leyendas, notas al pie y la fuente para conocer el contexto y la credibilidad de los datos, (2) comprender lo que representan todos los números (por ejemplo, cantidad de ceros y porcentajes), buscar los máximos y mínimos en una o más categorías para obtener información de los datos, (3) observar las diferencias en los valores de los datos en un solo conjunto de datos, la ordenada o la abscisa o en una parte del gráfico, lo que involucra la comparación dentro de una categoría en cualquier momento, (4) buscar las relaciones en el

gráfico que conectan las variables, utilizar la información del paso 3 para hacer comparaciones entre dos o más categorías o intervalos de tiempo, (5) comprender el cambio, las diferencias, y buscar razones de las relaciones en los datos que se han encontrado teniendo en cuenta lo social, factores ambientales o económicos, entre otros.

La situación de enseñanza desarrollada en este artículo, está organizada sobre la base de las categorías de Curcio (1989) referidas a la comprensión gráfica, donde “leer entre los datos” y “la lectura más allá de los datos” constituyen partes del proceso del pensamiento estadístico, dado que el primero incluye hacer comparaciones dentro y entre los conjuntos de datos, y el segundo hacer inferencias desde el conjunto de datos.

La taxonomía de comprensión gráfica propuesta por Curcio (1989) inicialmente constaba de tres niveles de lectura de gráficos, el cuarto fue incorporado posteriormente:

1. “Leer datos”: este nivel de comprensión requiere una acción local y específica, como la lectura literal del gráfico, que atiende únicamente los hechos explícitamente representados; por lo tanto, no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo;
2. “leer entre los datos” implica comparar e interpretar valores de los datos, integrar los datos en el gráfico, buscar relaciones entre las cantidades y aplicar procedimientos matemáticos simples a los datos; entendiendo tanto la estructura básica del gráfico como las relaciones contenidas en él;
3. “leer más allá de los datos” implica la extrapolación de datos, predecir e inferir a partir de los datos sobre informaciones que solo están implícitamente presentes en el gráfico; requiere conocer el contexto en que los datos se presentan;
4. “leer detrás de los datos” corresponde a una ampliación de los niveles anteriores, y se refiere a mirar críticamente el uso del gráfico y conectar la información gráfica con el contexto para realizar un análisis profundo y un razonamiento causal basado en el conocimiento de la materia y la experiencia; incluye examinar la calidad de los datos y la metodología de recolección, la sugerencia de una posible explicación, y la elaboración de modelos alternativos y representaciones gráficas (Shaughnessy, 2007).

## LA SITUACIÓN PROPUESTA

A través de un gráfico titulado "Carta figurativa de las sucesivas pérdidas de hombres de la armada francesa en la campaña de Rusia en 1812-1813" se busca desarrollar la comprensión gráfica y el sentido gráfico en alumnos de séptimo grado.

Este gráfico muestra un contexto humano de flujos de personas y la visualización de la historia en una sola imagen. Su autor, Minard, fue capaz de representar en dos dimensiones una gran cantidad de datos precisos, como la ubicación y dirección de los ejércitos, la localización respecto a dónde y cuándo partían y/o se reunían sus destacamentos, las características geográficas y las principales batallas, la disminución o aumento de las filas de soldados e incluso las bajas temperaturas.

El gráfico cuenta la historia "completa" desplegando las variables: el tamaño de los ejércitos, su ubicación exacta, dirección, temperatura y las fechas en una condensación de la información compacta y global. Como señala Arcavi, la visualización de la información nos permite "ver" la historia, imaginar algunas relaciones de causa-efecto y, posiblemente, hacer un recuerdo vívido. "Este gráfico ciertamente es una ilustración de la frase 'un diagrama vale más que mil (o diez mil) palabras', debido a su: a) organización bidimensional y no lineal en oposición al énfasis de la palabra 'impresa' en la secuencialidad y la exposición lógica; y b) la agrupación de conjuntos de datos que pueden ser aprehendidos a la vez, de manera similar a como vemos en nuestra vida cotidiana, lo que ayuda a 'reducir la búsqueda del conocimiento'" (2003: 218).

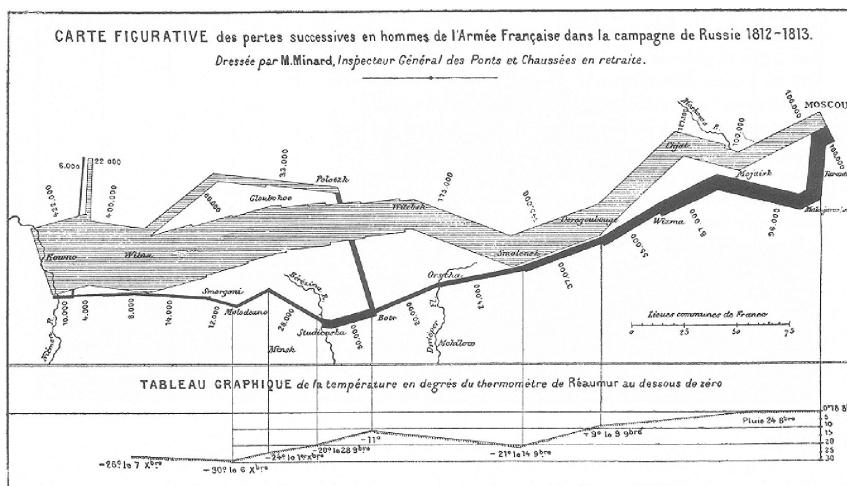
La lectura del gráfico permite reconocer a través del grosor de la línea gris la cantidad de soldados en su marcha hacia Moscú y la línea negra los soldados que consiguieron regresar, las temperaturas y el contexto físico permiten leer más allá de los datos. El ejército salió de Polonia con una fuerza de 422000 hombres llegando a Moscú solo 100 000 de ellos y, finalmente, regresa solo la décima parte de estos últimos.

## DESARROLLO DE LA SITUACIÓN

El objetivo principal de la situación propuesta al grupo de estudiantes fue desarrollar la lectura comprensiva de gráficos y descubrir y explicitar los diferentes niveles de comprensión en la tarea, promoviendo la vinculación del pensamiento inductivo y el pensamiento analógico.

El rol del profesor fue promover y tutelar la discusión, absteniéndose de entregar él la lectura; pero consciente de que, en la gestión de su clase, es él quien maneja las variables didácticas puestas en juego en la situación propuesta.

Cada uno de los estudiantes recibió una copia del gráfico de M. Minard en francés, con la indicación de observar en forma individual la imagen durante cinco minutos. Luego del trabajo individual, comenzó un trabajo en parejas durante otros cinco minutos, con la consigna de compartir lo observado e identificar las coincidentes o diferentes apreciaciones de la observación.



Favorece al objetivo de desarrollar la comprensión gráfica, que el profesor evalúe introspectiva e individualmente el desarrollo de la tarea de cada alumno en sus mesas de trabajo, para alcanzar una imagen de los conceptos en juego y puntos de discusión. Cabe notar que los alumnos abordan la tarea a través de una lectura de nivel elemental y en la socialización comienzan a transitar al segundo nivel definido en la taxonomía de Curcio.

Desde el trabajo en parejas se llegó a una discusión plenaria –apoyada en una proyección ampliada del gráfico a través del uso de TICs–, varios de los alumnos comienzan a indicar y discutir sus ideas de comprensión del gráfico al grupo de alumnos.

En esta etapa plenaria, todos los alumnos ya habían dejado el primer nivel y movilizan sus argumentos en el segundo nivel, “leer entre los datos”.

Preguntas del tipo ¿qué edad tendría la persona que lo creó? tiene la finalidad de romper con la lectura tradicional y así no limitar a una lectura cerrada del gráfico como imagen (elaborado por Minard a la edad de 88 años). Estas preguntas tienen por objetivo poner en juego el pensamiento analógico y no solo el inductivo. El profesor promueve el pensamiento analógico al facilitar la instancia al alumno de salir y entrar en el contexto.

Se contempló preguntas que abordaran información dada en la imagen gráfica del tipo: ¿tendrán algún significado los distintos tonos de gris del gráfico? ¿Qué clima había en Rusia? ¿Frío o calor? ¿Qué comen los caballos... cuando nieva?, ¿Cómo se accede al alimento natural? Con estas preguntas se trata activar la constatación de la presencia de distintas variables que contribuyen al “descubrimiento” de información, en oposición a reducir la tarea a la búsqueda y lectura de cifras en los ejes. Se levantó una invitación a transitar al tercer nivel de comprensión de Curcio, “leer más allá de los datos”.

Los alumnos detectaron las temperaturas e infirieron sus efectos, y más allá, las asociaron con el frío invierno ruso y las posibilidades de deceso de los animales, volviendo al gráfico para buscar indicios que avalaran su predicción.

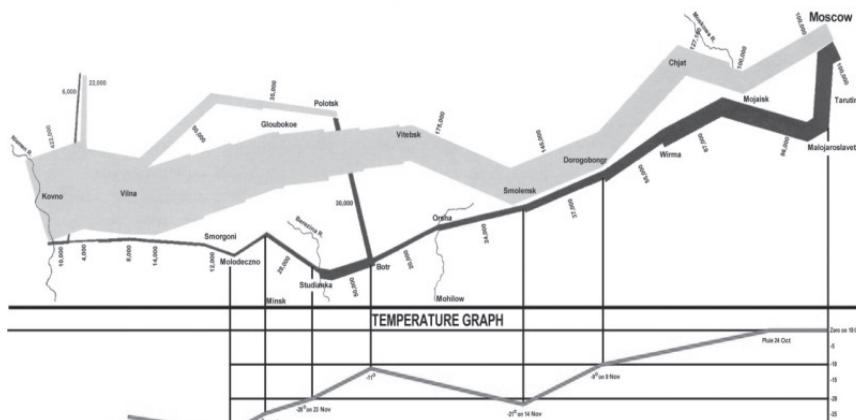
¿Alguien sabe algo de un personaje llamado Napoléon? ¿De qué país? Las variadas respuestas dejaron en evidencia que los niños poseían un conocimiento cultural, que pudieron articular con la información para expresarla en lenguaje oral.

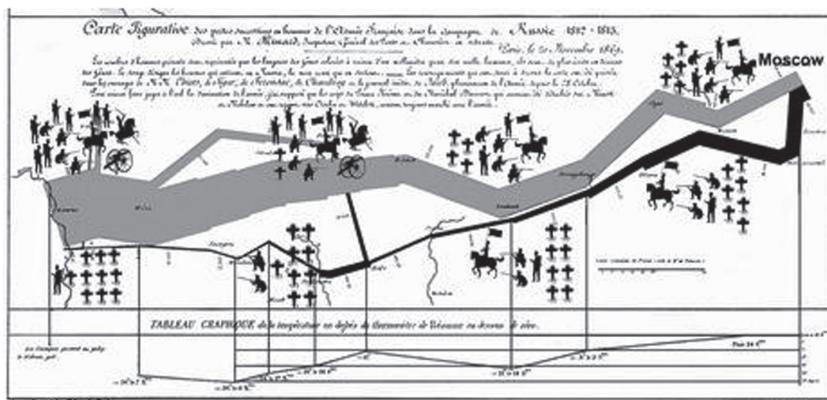
Al señalar que Napoleón tenía ideas de expansión (en nuestra experiencia fue señalado por un alumno), otros alumnos hicieron referencia a la conquista de territorios. ¿Desde dónde partió el ejército? Algunos discutían el largo tránsito de Francia a Rusia. Otros alumnos comenzaron a conjeturar desde el gráfico los resultados de las batallas, se refirieron al clima frío, las pérdidas de animales y las pérdidas humanas. Desde los alumnos comenzó a concretarse una explicación global del gráfico y, a la vez, local.

En el tercer nivel de la taxonomía de Curcio, esta lectura del mapa de Minard movilizó en los alumnos inferencias sobre una “base de datos” construidas en sus mentes, y no en el gráfico, conversiones de los datos a enunciados o relaciones simples, selección y evaluación de los valores de los datos expresados en el gráfico, como evidencia para apoyar o rechazar una proposición, aproximándose a los alumnos a una lectura de la estructura profunda de los datos en su totalidad, comparando tendencias y observando los grupos de datos. Al respecto, algunos alumnos señalaron la dirección de las tropas, mostrando dónde estas se dividían y volvían a agruparse; otros, la disminución de las tropas tras cruzar

el río Dniéper o la gran pérdida en el cruce del río Berezina; otros relacionaron cada descenso de las temperaturas tabuladas con las mermas en las tropas.

Tras constatar una comprensión profunda del gráfico, y con el fin de consolidar la tarea emprendida por los alumnos, el profesor hizo un relato pormenorizado de la travesía del ejército de Napoleón contra Rusia en 1812, apoyado en el gráfico que Charles Minard elaborara en 1869, haciendo referencia al contexto de la época a través de pinturas famosas, frases memorables de Napoleón relativas a esta experiencia fracasada, diversas versiones del gráfico de Minard, desde la imagen de la obra original hasta modernas versiones animadas, con uso de mapas actuales o con *Google maps*. Algunas de las imágenes que se utilizaron se presentan a continuación.





## DISCUSIÓN

La alfabetización estadística comprende la evolución paulatina del pensamiento estadístico, el cual integra el pensamiento analógico y el inductivo. Esta propuesta de situación de aula postula que el profesor tenga en cuenta la taxonomía de comprensión gráfica de Curcio para favorecer el pensamiento inductivo y, en forma simultánea, promueva que los alumnos argumenten individualmente y en pleno desarrollando el sentido gráfico, y utilicen la crítica y la comparación, propias del pensamiento analógico.

Con este gráfico, citado en la literatura como “probablemente el mejor gráfico estadístico dibujado” los alumnos tuvieron la oportunidad de movilizar su comprensión desde la oralidad a registros gráficos y viceversa; a través de sus argumentaciones “transitaron” y ayudaron a otros a “transitar” a un nivel mayor de comprensión de gráficos, llegando a desarrollar y poner en juego su habilidad para leer más allá de los datos.

Esperamos que esta situación sea puesta a prueba por muchos profesores, a quienes el currículo les exige incorporar en su clase de matemática algunos objetivos de la Educación Estadística. Seguramente emergerán propuestas perfeccionadas, enriquecidas con las tecnologías de información, y el diálogo constructivo entre docentes y alumnos. Y tanto el docente y los alumnos disfrutarán de una clase culturalmente densa y enraizada en los principios constructivistas del aprendizaje de la estadística en el marco del currículo de la matemática escolar.

## DATOS DE LOS AUTORES

Soledad Estrella y Raimundo Olfos

Instituto de Matemática, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.  
soledad.estrella@gmail.com

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*. (52), 215–241.
- Astolfi, J.P. (1993). Styles d'apprentissage et mode de pensé. En J. Houssaye (dir.) *La pédagogie: une encyclopédie pour aujourd'hui*, pp.301-314. Paris: ESF.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.
- Del Pino, G. & Estrella, S. (2012). Educación Estadística: Relaciones con la Matemática. En *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educacional Latinoamericana*, 49(1), 53-64.
- Friel, S. N., Curcio, F. R. & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. En *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Garfield, J. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning. En *Journal of Statistics Education*, 10(3).
- Kemp, M. & Kissane, B. (2010). Five Step Framework For Interpreting Tables And Graphs In Their Contexts. In C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society*. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8, July, 2010), Ljubljana, Slovenia. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Régnier, J. C. (2003). A propos de la formation en statistique. Approches praxéologiques et épistémologiques de questions du champ de la didactique de la statistique. En *Revue du Centre de Recherche en Éducation Saint-Étienne*: Université J. Monnet, 157-201.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistical learning and reasoning. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, pp. 957-1009. Charlotte, N. C.: Information Age Publishing.
- Tufte, E. R. (1983). *The Visual Display of Quantitative Information*. Connecticut: Graphics Press.

