

Uma trajetória curricular sobre Números a partir de documentos curriculares de matemática da educação básica do Brasil e do Canadá

A curricular trajectory on Numbers based on mathematics curriculum documents for elementary education in Brazil and Canada

Leticia Rangel,¹ Priscila D. Corrêa²

Resumo: Discussões sobre currículo têm ocupado o cenário mundial no campo da educação matemática, levando à projeção do assunto na literatura de pesquisa. Concomitante com esse movimento, muitos países vêm estabelecendo reformas em seus sistemas de ensino, como são os casos do Brasil e do Canadá. A partir de uma abordagem metodológica qualitativa, tendo como referência documentos curriculares desses dois países, este estudo oferece uma representação esquemática multidimensional sobre o ensino de números do 1º ao 6º ano da educação básica, a trajetória curricular. Tal modelo esquemático é parte e produto da análise documental conduzida. Pretende-se assim contribuir para as discussões sobre currículo a partir da identificação de paridades e contrastes em orientações curriculares oficiais do Brasil e do Canadá. Tal investigação evidencia aspectos relacionados ao ensino de números que não necessariamente são notados na leitura isolada ou na implementação direta de um currículo. Este estudo tem o potencial de promover a reflexão sobre os

Fecha de recepción: 15 de mayo de 2023. **Fecha de aceptación:** 23 de agosto de 2024.

¹ Colégio de Aplicação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil, leticiarangel@ufrj.br, <https://orcid.org/0000-0001-5228-4613>

² Faculty of Education, University of Windsor, Canada, priscila.correa@uwindsor.ca <https://orcid.org/0000-0003-4529-5562>

processos de ensino e contribuir para o desenvolvimento do conhecimento próprio do professor de matemática.

Palavras-chave: *leitura combinada, trajetória curricular, ensino de números, educação básica.*

Abstract: Discussions about curriculum have occupied the world stage in the field of mathematics education, leading to the rise of the subject in the research literature. Concomitantly, many countries have been establishing reforms in their education systems, like Brazil and Canada. This study implements a qualitative methodological approach based on curricular documents from these two countries. It offers a multidimensional schematic representation of the teaching of numbers from grades 1 to 6 of elementary education, the curricular trajectory. Such a schematic model is part and product of the documental analysis conducted. The aim is to contribute to discussions about the curriculum by identifying parities and contrasts in official curricular guidelines from Brazil and Canada. This investigation highlights aspects related to the teaching of numbers that are not necessarily noticed in an isolated reading or in the direct implementation of a curriculum. This study has the potential to promote reflection on teaching processes and contribute to the development of mathematics knowledge for teaching.

Keywords: *combined reading, curricular trajectory, teaching of numbers, elementary education.*

1. INTRODUÇÃO

Discussões sobre currículo têm ocupado o cenário mundial. Muitos países, cidades e regiões vêm estabelecendo reformas curriculares (Artigue, 2018; Li e Lapan, 2014; Shimizu e Vithal, 2018). Li e Lapan (2014) destacam que, apesar de, ao longo da história, amplas reformas educacionais terem alcançado o currículo de matemática, só recentemente o mesmo passou a ser objeto de pesquisa. Além disto, Rojano e Solares-Rojas (2018) explicam que “apesar do reconhecimento generalizado do papel decisivo do currículo no ensino, a literatura de pesquisa em educação matemática é notoriamente escassa neste tópico” (p. 475, tradução nossa).

Este estudo tem como objetivo elaborar e apresentar uma representação multidimensional – a *trajetória curricular* – que oferece um panorama do ensino de números segundo orientações curriculares de matemática para a educação básica do Brasil e do Canadá. Esses países, de atuação profissional das autoras, vêm passando pelos processos de revisão e de implementação de mudanças curriculares. A proposição de uma *trajetória curricular* tem como base a identificação de *paridades e contrastes* nos documentos do 1º ao 6º ano da educação básica. Pretende-se, assim, contribuir para discussões sobre currículo, apresentando uma potencial ferramenta para estudos analíticos sobre o ensino de números. Consonante com Li e Lappan (2014), entendemos que: “Aprender e compartilhar o currículo de matemática e suas mudanças em diferentes sistemas de educação deve fornecer uma lente única para avançar a pesquisa e a prática curriculares a partir de uma perspectiva internacional” (p. 3, tradução nossa). Em particular, a investigação sobre currículos contribui para o desenvolvimento do conhecimento de matemática para o ensino (Ball *et al.*, 2008; Remillard, 2005).

A relação estabelecida na *trajetória curricular* não pretende oferecer juízo de valor entre o ensino de números no Brasil e no Canadá, apontando, por exemplo, qual país exerce as melhores escolhas curriculares. Entendemos que cada país tem suas particularidades e que, por razões diversas, o que é apropriado para um pode não ser adequado para o outro. Não questionamos as “*raisons d’être*” dos currículos nem o valor dos documentos orientadores, partimos do princípio de que estes documentos existem e têm um papel central na prática docente.

Suas *raisons d’être* situam-se em diferentes níveis, *raisons d’être* no que dizem respeito ao conteúdo de ensino, ao equilíbrio e às relações entre disciplinas escolares, aos métodos pedagógicos ou *raisons d’être* no que se refere mais geralmente ao contrato social entre uma sociedade e sua escola, que são, cada vez mais, a expressão de visões supranacionais. (Artigue, 2018, p. 43, tradução nossa)

Na seção a seguir, Números: Um Tema Elementar, apresenta-se uma breve discussão sobre o ensino de números. A terceira seção, Orientações Curriculares: A Base do Estudo, apresenta os documentos curriculares em que se fundam o estudo: a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) e a Grade Comum Curricular³ (CCF) (Alberta Education, 2006). Estabelecemos ainda uma

³ Common Curricular Framework (CCF)

relação estrutural entre tais documentos. A quarta seção, O Estudo, visa à descrição da investigação realizada e constitui o cerne do documento: apresenta-se a *trajetória curricular*. A partir de uma abordagem qualitativa, são discutidos caminhos metodológicos e o processo de construção dos resultados. Para isso, estabelecemos uma metodologia de análise – a *leitura combinada* – que se estrutura a partir da identificação de quatro ênfases: *panorama, aspectos elementares, paridades e contrastes, e trajetória curricular* (Corrêa e Rangel, 2024). Por fim, nas Considerações Finais, destacamos potenciais desdobramentos da investigação.

2. NÚMEROS: UM TEMA ELEMENTAR

Qualquer que seja a subdivisão que oriente uma organização da matemática escolar, *números* certamente é uma das unidades distinguidas. A aprendizagem de números envolve conceitos, operações e processos essenciais para o conhecimento de matemática e para o engajamento e a atuação do indivíduo no mundo (Kilpatrick *et al.*, 2001; Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2013). Tal reconhecimento não encerra hierarquia, o ensino de números não é mais importante do que o de geometria ou de álgebra, por exemplo. Ressaltamos, no entanto, seu valor elementar para o letramento matemático. Quantificar marca os primeiros contatos da criança com a matemática escolar e segue fundamental para os demais assuntos próprios da educação matemática. Números é, portanto, o tema foco desta investigação.

A centralidade de números como um conceito-chave em todas as outras áreas da matemática [...] e para o próprio raciocínio matemático, é inegável. A compreensão dos alunos sobre os princípios e propriedades algébricas experimentados pela primeira vez por meio do trabalho com números é fundamental para a compreensão sobre os conceitos de álgebra do ensino médio. (OECD, 2013, p.11, tradução nossa)

A centralidade do conceito é tão relevante quanto a sua complexidade. Há muito o que ensinar e aprender sobre números. Para Bass (2018), o ensino de números na educação escolar envolve dois aspectos fundamentais: o conceitual (o que são) e o nominal (como nomeá-los e representá-los). A autora entende que “antes de as crianças entrarem na escola, elas já adquiriram um senso de quantidade, de comparação primitiva de tamanho, bem como de contagem” (p.465, tradução nossa), uma familiarização inicial com os números naturais. No

entanto, números vão além da noção inicial de quantidade; estão associados à medida, a verificar quanto uma unidade cabe no que se quer contar ou medir. É nesse contexto que emergem as frações, que “têm sua própria representação notacional, distinta do valor posicional de base dez dos números inteiros” (Bass, 2018, p. 465, tradução nossa). Chega-se, assim, ao universo dos números racionais. Além disto, Bass ressalta a relação direta entre a representação dos números e algoritmos próprios para efetuar as operações básicas.

As noções iniciais que as crianças trazem ao chegar à escola, conceituais ou nominais, devem ser ampliadas e aprofundadas no ensino escolar, promovendo a aprendizagem necessária sobre o tema. Mas o que sobre números deve ser ensinado na escola? O que se espera que os alunos aprendam? Que distribuição sequencial deve ser dada ao tema? Com que aprofundamento? Uma maneira de investigar e promover a reflexão sobre o ensino do assunto é a partir de documentos curriculares. Essa é a abordagem que sustenta a proposta deste trabalho.

3. ORIENTAÇÕES CURRICULARES: A BASE DO ESTUDO

De forma geral, um currículo pode ser visto como um documento que orienta ações e propõe parâmetros que têm por objetivo a promoção de educação de qualidade. Como destacado no glossário de terminologia curricular da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura [UNESCO] (2016), diferentes comunidades e instituições estão envolvidas na formulação de currículos, o que reflete uma variedade de interesses, que certamente alcançam a educação matemática do indivíduo e da sociedade como um todo. De forma simples, o glossário UNESCO define currículo como: “uma descrição do que, por quê, como e quão bem os estudantes devem aprender, sistemática e intencionalmente” (p. 30), destacando que “currículo não é um fim em si, mas um meio para fomentar uma aprendizagem de qualidade” (p. 30). O currículo é um registro do que se deve ensinar nas escolas, e serve de norteador e de suporte para professoras e professores e, portanto, pode ser um ponto de partida para investigar o ensino da matemática (Li e Lappan, 2014; Shimizu e Vithal, 2018). O presente estudo se concentra na descrição da distribuição dos conteúdos matemáticos a serem ensinados, ou seja, do que ensinar, e não explora porquê, como ou quão bem ensinar.

Distinguem-se diferentes dimensões de um mesmo currículo: pretendido, implementado, e aprendido (UNESCO, 2016; Valverde *et al.*, 2002, Macedo, 2006). O objeto deste estudo é específico: a distribuição curricular de matemática em documentos oficiais, ou seja, o currículo pretendido. No entanto, consonantes com Macedo (2006), entendemos os currículos pretendido e implementado como não conflitantes, como partes inerentes e imbricadas do planejamento e da ação no ensino escolar, portanto, relativos à prática docente. Apesar de não explorarmos aspectos do currículo implementado, tais como, a prática de sala de aula e os livros didáticos, o estudo realizado envolve interpretação e análise, etapas que determinam a transformação do currículo pretendido em implementado. Nosso objetivo é, a partir de referências curriculares entendidas como currículos pretendidos, oferecer uma representação sintética e esquemática que contribua para o conhecimento de matemática para o ensino de professoras e professores, dando suporte à tomada de decisão na implementação de um currículo.

Para tanto, este estudo analisa orientações curriculares de dois países – a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Brasil (Brasil, 2018), e a Grade Comum Curricular (CCF) das províncias do oeste e territórios do norte do Canadá (Alberta Education, 2006). Considerando a estrutura e o caráter desses documentos, as grades curriculares propostas decerto chegam às escolas e influenciam os processos de ensino e de aprendizagem da matemática. O documento canadense oferece uma orientação que alcança as províncias e territórios do oeste e do norte do país, configurando caráter regional e eletivo. Já o documento brasileiro constitui uma base curricular comum, de alcance nacional e de caráter obrigatório.

Em particular, investigamos o tema números nos anos escolares dirigidos a estudantes dos 6 (seis) aos 11 (onze) anos, o que equivale aos seis primeiros anos de educação escolar na BNCC e na CCF. Os documentos têm estruturas curriculares seriadas correspondentes que oferecem material organizado, claro e consistente, promovendo condições para o estudo. A análise realizada compõe um infográfico multidimensional que relaciona e destaca *paridades e contrastes* nos documentos curriculares analisados, respeitando a distribuição sequencial dos conteúdos nas grades da BNCC e da CCF. Chamamos esse infográfico de *trajetória curricular*.

3.1 A BASE CURRICULAR BRASILEIRA

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) é um documento de caráter normativo que determina diretrizes curriculares gerais para a educação escolar em todo o território nacional brasileiro. A BNCC é específica sobre os objetivos de aprendizagem de cada ano escolar, definindo “o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (p. 7). O documento deve ser referência fundamental para a composição de currículos dos sistemas e das redes escolares locais e regionais do país, que devem integrar ao texto normativo aspectos sociais, culturais e metodológicos. A BNCC declara o compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como:

as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (Brasil, 2018, p. 266).

No documento, equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação compõem um conjunto de ideias fundamentais que, segundo o documento, promovem a articulação entre os diferentes campos da matemática – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade. Os diversos campos e as ideias fundamentais determinam a identificação de cinco unidades temáticas na distribuição curricular da BNCC: Números, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, e Estatística e Probabilidade. Objetos de conhecimento – que correspondem a conteúdos, conceitos e processos – e suas respectivas habilidades – aprendizagens essenciais que devem ser alcançadas pelos alunos – são organizados segundo essas unidades e anos escolares. Sendo assim, a distribuição curricular de matemática no Ensino Fundamental é marcada pela distinção de unidades, objetos de conhecimento e habilidades, como ilustra a figura 1.

MATEMÁTICA – 2º ANO

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números de até três ordens pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e papel do zero)	(EF02MA01) Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero). (EF02MA02) Fazer estimativas por meio de estratégias diversas a respeito da quantidade de objetos de coleções e registrar o resultado da contagem desses objetos (até 1000 unidades). (EF02MA03) Comparar quantidades de objetos de dois conjuntos, por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois, entre outros), para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “tem a mesma quantidade”, indicando, quando for o caso, quantos a mais e quantos a menos.
	Composição e decomposição de números naturais (até 1000)	(EF02MA04) Compor e decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições.
	Construção de fatos fundamentais da adição e da subtração	(EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito.
	Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar)	(EF02MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais.
	Problemas envolvendo adição de parcelas iguais (multiplicação)	(EF02MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável.
Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte	(EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.	

Figura 1. Unidade Temática Números – 2º Ano – Objetos de Conhecimento e Habilidades, BNCC (Brasil, 2018, pp. 282-283, adaptado).

3.2 A GRADE CURRICULAR CANADENSE

A Grade Comum Curricular (CCF) (Alberta Education, 2006) constitui uma base curricular comum de matemática adotada por sete das dez províncias e pelos três territórios canadenses (Simmt, 2018). O documento canadense, que contempla o ensino de matemática na etapa fundamental de escolaridade, afirma que a educação matemática tem como objetivo preparar os alunos para:

usar a matemática com confiança para solucionar problemas; se comunicar e raciocinar matematicamente; apreciar e valorizar a matemática; fazer conexões entre a matemática e suas aplicações; se comprometer com uma aprendizagem duradoura; se tornar adultos letrados em matemática, usando a matemática para contribuir para a sociedade (Alberta Education, 2006, p. 4, tradução nossa).

A organização do documento se dá em torno de quatro unidades temáticas – Números, Padrões e Relações, Forma e Espaço, e Estatística e Probabilidade; cada uma com seus respectivos objetivos gerais (general outcomes). Orientados pelos objetivos gerais, são determinados objetivos específicos (specific outcomes) – que identificam as habilidades, compreensões e conhecimentos que os alunos devem alcançar em um determinado ano (figura II). Para cada objetivo específico, a CCF

estabelece ainda uma série de indicadores de aprendizagem, que ilustram o que pode ser esperado dos alunos em relação à aprendizagem de cada um dos objetivos curriculares. São balizadores que visam a orientar o professor, contribuindo para uma melhor compreensão dos objetivos específicos.

Grade 2			
General Outcome Develop number sense.			
Specific Outcomes			
<p>1. Say the number sequence from 0 to 100 by:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2s, 5s and 10s, forward and backward, using starting points that are multiples of 2, 5 and 10 respectively • 10s using starting points from 1 to 9 • 2s starting from 1. <p>[C, CN, ME, R]</p> <p>2. Demonstrate if a number (up to 100) is even or odd. [C, CN, PS, R]</p> <p>3. Describe order or relative position using ordinal numbers (up to tenth). [C, CN, R]</p>	<p>4. Represent and describe numbers to 100, concretely, pictorially and symbolically. [C, CN, V]</p> <p>5. Compare and order numbers up to 100. [C, CN, R, V]</p> <p>6. Estimate quantities to 100 using referents. [C, ME, PS, R]</p> <p>7. Illustrate, concretely and pictorially, the meaning of place value for numerals to 100. [C, CN, R, V]</p> <p>8. Demonstrate and explain the effect of adding zero to or subtracting zero from any number. [C, R]</p>	<p>9. Demonstrate an understanding of addition (limited to 1 and 2-digit numerals) with answers to 100 and the corresponding subtraction by:</p> <ul style="list-style-type: none"> • using personal strategies for adding and subtracting with and without the support of manipulatives • creating and solving problems that involve addition and subtraction • explaining that the order in which numbers are added does not affect the sum • explaining that the order in which numbers are subtracted may affect the difference. <p>[C, CN, ME, PS, R, V]</p>	<p>10. Apply mental mathematics strategies, such as:</p> <ul style="list-style-type: none"> • using doubles • making 10 • one more, one less • two more, two less • addition for subtraction to determine basic addition facts to 18 and related subtraction facts. <p>[C, CN, ME, R, V]</p>

[C] Communication	[PS] Problem Solving
[CN] Connections	[R] Reasoning
[ME] Mental Mathematics and Estimation	[T] Technology
	[V] Visualization

Figura II. Unidade Temática Números – 2º Ano – Objetivo Geral e Objetivos Específicos, CCF (Alberta Education, 2006, pp. 18, 20, 22, 24, adaptado).

Duas ideias orientam a distribuição e a determinação dos objetivos específicos e dos indicadores de aprendizagem ao longo da escolaridade: natureza da matemática e processos matemáticos. Na CCF, natureza da matemática é explicada a partir da identificação de componentes intrínsecos: variação, conservação, senso numérico, padrões, relações, senso espacial, e incerteza. Já os processos matemáticos, precisam ser vivenciados pelos estudantes e devem, portanto, permeiar as aulas de matemática: comunicação, conexões, cálculo mental e estimativa, resolução de problemas, raciocínio, tecnologia, e visualização.

3.3 CORRELAÇÃO ENTRE A BNCC E A CCF

A BNCC e a CCF orientam que os alunos sejam estimulados a, por exemplo, investigar, raciocinar, representar, argumentar, comunicar, resolver problemas e estimar; os documentos não encorajam memorização nem processos sem significado. Ambos propõem a abordagem a partir da resolução de problemas e o uso de calculadora e de recursos digitais. Além disto, as estruturas organizacionais dos dois documentos distinguem unidades temáticas, anos escolares e objetivos de aprendizagem, que permitem identificar a distribuição dos conteúdos a serem ensinados, estabelecendo progressivamente as metas de aprendizagem cognitiva ao longo da escolaridade. Identificam-se assim *elementos estruturantes* dos documentos: na BNCC, os objetos de conhecimento e as habilidades e, na CCF, os objetivos específicos e os indicadores de aprendizagem (tabela I).

Tabela I: Exemplo de *Elementos Estruturantes*

BNCC – 2º Ano	CCF – 2º Ano
<p><u>Objetos de Conhecimento:</u> Leitura, escrita, comparação e ordenação de números de até três ordens pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e papel do zero).</p> <p><u>Habilidades:</u> (EF02MA01) Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero).</p>	<p><u>Objetivos Específicos:</u> 5) Comparar e ordenar números até 100.</p> <p><u>Indicadores de Aprendizagem:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Ordenar um determinado conjunto de números em ordem crescente ou decrescente e verificar o resultado usando quadro identificador de uma centena, reta numérica, quadro de composição de dezenas ou fazendo referência ao valor posicional. • Identificar erros numa determinada sequência ordenada. • Identificar números ausentes num quadro identificador de uma centena. • Identificar erros num quadro identificador de uma centena.

Fonte: BNCC (Brasil, 2018, p. 283) e CCF (Alberta Education, 2006, p. 64, tradução nossa).

Os *elementos estruturantes* marcam as grades curriculares da BNCC e da CCF, listam *o quê* ensinar apontando objetivos de aprendizagem e habilidades a serem desenvolvidas. Têm foco no conteúdo, sem intenção específica na orientação pedagógica, ou seja, no que se refere ao *como* ensinar. A centralização na aprendizagem e não no ensino se manifesta na redação das habilidades (na

BNCC) e dos objetivos específicos (na CCF), cujos verbos apontam para o que se espera que o aluno aprenda. Os *elementos estruturantes* identificados nas orientações curriculares brasileira e canadense fundamentam este estudo.

4. O ESTUDO

Estudos comparativos entre currículos têm abordagens diversas: identificar aspectos comuns e especificidades (e.g. Pires, 2013; Wang e McDougall, 2019, Cerqueria e Silva, 2020; Acar e Serçe, 2021); buscar dados que evidenciem a adesão ou a rejeição de professoras e professores (e.g. Charalambous e Philippou, 2010); investigar como os currículos se efetivam nas salas de aula (e.g. Wang e Fan, 2021; Lui e Leung, 2013); pesquisar melhores práticas (e.g. Villalobos Torres e Trejo Sánchez, 2015); analisar bases sociais, culturais, econômicas e políticas (e.g. Bickmore *et al.*, 2017), fazer uma análise histórica comparativa (e.g. Bessot e Comiti, 2006), entre outros (e.g. Son *et al.*, 2017).

Nossa proposta é, a partir da metodologia *leitura combinada* (Corrêa e Rangel, 2024), elaborar e apresentar a *trajetória curricular*, uma representação multidimensional que, de forma esquemática, oferece uma visão combinada da organização sequencial do ensino de números segundo as orientações curriculares de matemática para a educação básica do Brasil e do Canadá. Para isso, são considerados os *elementos estruturantes* da distribuição sequencial dos conteúdos na BNCC e na CCF. Acreditamos que a composição da *trajetória curricular*, que permite a leitura concomitante das duas grades analisadas, pode ser em si uma contribuição para estudos sobre currículo. A *trajetória curricular* pode, por exemplo, (i) ser referência para comparações pontuais entre os documentos analisados e propostas curriculares, (ii) ser ampliada a partir da inclusão da distribuição curricular de outros documentos, e (iii) ser adaptada para contemplar outros assuntos além do ensino de números ou outros anos escolares.

A metodologia *leitura combinada* funda-se em uma abordagem qualitativa baseada na análise documental, no caso, da BNCC e da CCF. Segundo Sharma (2013), a análise documental é uma metodologia de pesquisa que se fundamenta em publicações originais ou primárias visando a um objetivo ou a uma questão de pesquisa. Para Zanette (2017), na pesquisa qualitativa, “o pesquisador depara-se constantemente com a necessidade de conhecer e discutir sobre o caminho a percorrer a fim de elaborar de que forma transformar o fenômeno de investigação em um objeto de pesquisa” (p.150). Este estudo (i) coleta

informações diretamente nos documentos indicados, (ii) realiza uma análise qualitativa dos dados obtidos, e (iii) propõe uma *trajetória curricular*, que reflete a abordagem de números nos seis primeiros anos do ensino escolar nos documentos analisados.

A figura III ilustra a *leitura combinada*, o processo metodológico do estudo. O caráter qualitativo da metodologia determinou que a análise fosse realizada de forma dinâmica, levando à identificação de quatro ênfases interdependentes, sem relação hierárquica entre elas: (i) *panorama* – caracterizada por uma leitura concomitante dos documentos, ponto de partida da análise; (ii) *aspectos elementares* – caracterizada pela identificação, nas referências curriculares, de aspectos elementares no ensino de números; (iii) *paridades e contrastes* – caracterizada pela identificação de equivalências, similaridades e diferenças emergentes dos *elementos estruturantes* dos documentos; e (iv) *trajetória curricular* – caracterizada pelo mapeamento simultâneo das duas propostas curriculares. Apesar das quatro ênfases terem focos diferentes, o processo de análise e construção da *trajetória curricular* se caracterizou pela interposição das mesmas, em particular das ênfases *panorama*, *aspectos elementares*, e *paridades e contrastes*. A ênfase *trajetória curricular* tem natureza conclusiva. Cada uma destas ênfases será detalhada nas subseções que seguem.

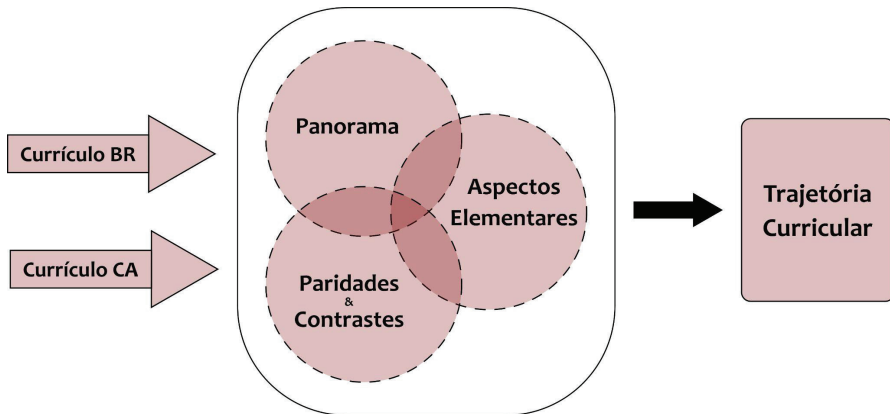


Figura III. Processo Metodológico: *Leitura Combinada*.

4.1 PANORAMA

A ênfase *panorama* tem caráter inicial, é marcada por uma leitura concomitante dos documentos, e visou à obtenção de uma perspectiva geral da proposta de construção do conceito de número evidenciada em cada um dos documentos curriculares analisados. Nesse processo de leitura, buscou-se relacionar os *elementos estruturantes* dos documentos. Tal exercício evidenciou que, na maioria dos casos, não era possível estabelecer equivalência (o que já era esperado). Assim, estabelecemos que a análise deveria acomodar similaridades e diferenças entre os *elementos estruturantes*. Por exemplo, observando a tabela I, tem-se, para o mesmo ano escolar – 2º ano, “**comparar e ordenar** números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero)” (Brasil, 2018, p. 283, realce nosso) como uma habilidade da BNCC e “**comparar e ordenar** números até 100” (Alberta Education, 2006, p. 64, tradução nossa, realce nosso) como um objetivo específico da CCF. As indicações de considerar até a ordem das centenas, no documento brasileiro, ou números menores do que 100, no documento canadense, caracterizam uma diferença entre os *elementos estruturantes* de cada documento. Entretanto, existe uma relação entre eles, ambos se referem à comparação e à ordenação de números naturais. Outro exemplo em que não há equivalência é na orientação de abordagem de números inteiros no 6º ano da CCF, tema que não aparece antes do 7º ano na BNCC. O desenvolvimento da ênfase *panorama* fez emergir a necessidade de duas categorias de análise: uma que distinguísse *aspectos elementares* nos *elementos estruturantes* e outra que observasse *paridades e contrastes* entre os *elementos estruturantes*.

4.2 ASPECTOS ELEMENTARES

Klein identificava como matemática elementar as partes essenciais que encerram a capacidade de sustentar e de estruturar a Matemática (Kilpatrick, 2008; Schurbring, 2014). Assim, na concepção de Klein, matemática elementar não é sinônimo de uma matemática facilitada, tampouco se refere a uma matemática simples ou fácil. O conceito de número é um bom exemplo: envolve em sua essência abstração e as noções de correspondência biunívoca, unidade, representação, além de encerrar diferentes propriedades e características, determinando os diversos universos numéricos. A história do conceito de número até sua

concepção atual revela que não se trata de algo fácil, nem que possa ser facilitado. No entanto, ninguém discute seu valor elementar para a Matemática.

Por *aspectos elementares*, tendo como referência a concepção de matemática elementar de Klein, nos referimos a conceitos e compreensões que sustentam a aprendizagem de um novo tópico. Por exemplo, visando à aprendizagem de números naturais, comparação e ordenação são *aspectos elementares*. Outro *aspecto elementar* da compreensão de números naturais é representação. Portanto, na análise dos documentos, comparação, ordenação e representação foram distinguidos como *aspectos elementares*. No processo de distinção de *aspectos elementares* a partir dos documentos analisados, deu-se protagonismo ao conteúdo e à respectiva distribuição sequencial, e não a orientações pontuais que compõem os *elementos estruturantes*. É, por exemplo, o caso de distinguir comparação e ordenação como *aspectos elementares* e não distinguir a limitação da ordem dos números envolvidos (tabela I). Os *aspectos elementares* que emergiram neste estudo não esgotam os *concernentes* à construção do conceito de números. Não pretendemos propor uma lista básica de *aspectos elementares* sobre o tema, apenas destacamos aqueles evidenciados em nossa análise nos currículos analisados.

A distinção dos *aspectos elementares* é um pilar para a construção da *trajetória curricular*. Não é trivial associar dois *elementos estruturantes* a partir da íntegra de suas redações. Consideremos os *elementos estruturantes* destacados na tabela II, que se referem à abordagem inicial de frações. Nossa análise permite distinguir *aspectos elementares* em suas redações: ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes, conceitos de frações unitárias e de frações em geral, conceitos de frações próprias e impróprias, construtos parte/todo e quociente, equivalência, comparação e ordenação. A *trajetória curricular* não traz a redação completa dos *elementos estruturantes*. Nela distinguem-se os *aspectos elementares* observados, visando a uma percepção sintética e panorâmica, como em um efeito *zoom out*. Por exemplo, nos *elementos estruturantes* do 5º ano dos dois referenciais curriculares identificamos os *aspectos elementares* equivalência e comparação e ordenação de frações, que são destacados e associados aos dois países na *trajetória curricular* (figura IV). No entanto, no 6º ano, apenas o documento brasileiro volta a tratar de tais *aspectos elementares*. A trajetória não registra, então, esses *aspectos elementares* na dimensão canadense nesse ano escolar. Pode-se observar ainda que apenas o documento canadense propõe a abordagem de comparação de frações no 3º ano, ano que marca o início do início de frações em ambos os documentos.

Tabela II. Elementos Estruturantes – Abordagem Inicial de Frações

	BNCC	CCF
3º Ano	(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes. (p. 287)	13) Demonstrar entendimento de frações: <ul style="list-style-type: none"> • explicando que uma fração representa parte de um todo, • descrevendo situações nas quais frações são utilizadas, • comparando frações de um mesmo inteiro com denominadores iguais. (p. 78)
4º Ano	(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso. (p. 291)	8) Demonstrar entendimento de frações menores que ou iguais a um usando representações concretas e pictóricas para: <ul style="list-style-type: none"> • nomear e registrar frações para as partes de um todo ou conjunto, • comparar e ordenar frações, • modelar e explicar que para diferentes inteiros, duas frações idênticas podem não representar a mesma quantidade, • fornecer exemplos de onde as frações são usadas. (p. 89)
5º Ano	(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso. (EF05MA04) Identificar frações equivalentes. (EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica. (p. 295)	7) Demonstrar entendimento de frações usando representações concretas e pictóricas para: <ul style="list-style-type: none"> • criar um conjunto de frações equivalentes, • comparar frações com denominadores iguais e diferentes. (p. 99)
6º Ano	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (p. 301)	4) Relacionar frações impróprias e números mistos. (p. 110)

Fonte: BNCC (Brasil, 2018) e CCF (Alberta Education, 2006, tradução nossa)















3º Ano	4º Ano	5º Ano	6º Ano
IDEIAS DE METADE, TERÇA, QUARTA ... PARTES 	FRAÇÕES UNITÁRIAS 	FRAÇÕES EM GERAL 	
FRAÇÕES PRÓPRIAS 		FRAÇÕES IMPRÓPRIAS 	
		CONSTRUTOS PARTE/TODO E QUOCIENTE 	
CONSTRUTO PARTE/TODO 			
		EQUIVALÊNCIA  	EQUIVALÊNCIA 
		COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO  	COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO
COMPARAÇÃO 	COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO 		

Figura IV. Aspectos Elementares referentes à Abordagem Inicial de Frações – recorte da Trajetória Curricular (Adaptado de Corrêa e Rangel, 2021, p. 4478, tradução nossa).

Não se espera uma correspondência um a um entre *elementos estruturantes* e *aspectos elementares*. Um mesmo *elemento estruturante* pode estar associado a mais do que um *aspecto elementar*, assim como um *aspecto elementar* pode ser observado em mais do que um *elemento estruturante*. Por exemplo, no único *elemento estruturante* do 4º ano no documento canadense, que corresponde à introdução do conceito de frações, identificamos os seguintes *aspectos elementares*: frações próprias, construto parte/todo, e comparação e ordenação. Anos escolares também não são restritivos: anos escolares diferentes podem tratar de um mesmo *aspecto elementar*. É o caso, por exemplo, da comparação de frações. O documento canadense trata desse *aspecto elementar* do 3º ao 5º ano escolar. Já o documento brasileiro, no 5º e no 6º ano.

4.3 PARIDADES E CONTRASTES

Esta ênfase, tendo como balizadores os *aspectos elementares*, é caracterizada pelo processo de identificação de equivalências, similaridades e diferenças nos *elementos estruturantes* dos documentos, determinado as categorias de análise: *paridades* e *contrastos*. As *paridades* são identificadas a partir de *elementos estruturantes* de anos escolares correspondentes que sejam equivalentes, que tenham grande semelhança, ou que tratem, ainda que com alguma diferença

de abordagem, de um mesmo *aspecto elementar*. Já os *contrastes* correspondem à identificação de *elementos estruturantes* que revelem diferenças fundamentais ou que se baseiem em princípios ou anos escolares distintos.

Por exemplo, como destacado na tabela III, a multiplicação de números naturais, considerada como um *aspecto elementar*, é objeto de conhecimento no documento brasileiro desde o 2º ano escolar. A multiplicação de números naturais também é objetivo específico do documento canadense e aparece pela primeira vez no 3º ano escolar. A análise desses *elementos estruturantes* revela *paridades e contrastes*. Como *paridade*, identificamos que a multiplicação é objeto de ensino de números naturais presente nos dois documentos curriculares e que ambos iniciam a abordagem limitando os fatores a números menores ou iguais a 5. Já o início da abordagem em anos escolares diferentes revela um *contraste*: 2º ano escolar no documento brasileiro e 3º no canadense. Esse não é o único *contraste* que pode ser observado a partir dos *elementos estruturantes* destacados. O currículo canadense traz a orientação de que a multiplicação e a divisão sejam relacionadas. Estabelecer essa relação não aparece como uma determinação explícita nas habilidades que compõem a grade do 3º ano da BNCC, o que indica um *contraste*.

Tabela III. *Elementos Estruturantes* – Multiplicação de Números Naturais

BNCC – 2º e 3º Anos	CCF – 3º Ano
<p>(EF02MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável. (p.283)</p> <p>(EF03MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros. (p.287)</p>	<p>11) Demonstrar compreensão de multiplicação até 5×5:</p> <ul style="list-style-type: none"> • representando e explicando multiplicação usando agrupamentos iguais e matrizes, • criando e resolvendo problemas em contextos que envolvam multiplicação, • modelando multiplicação usando representações concretas e visuais, e registrando o processo simbolicamente, • relacionando multiplicação com adição repetida; • relacionando multiplicação com divisão. (p. 77)

Fonte: BNCC (Brasil, 2018, realce nosso) e CCF (Alberta Education, 2006, tradução nossa, realce nosso)

Neste estudo, não visamos a refinar ou a aprofundar a discussão sobre *paridades* ou *contrastes* relativos a um tópico ou *aspecto elementar* específico. Por exemplo, não investigamos ou questionamos as razões para a limitação a números menores ou iguais a 5 na abordagem inicial de multiplicação. Também não questionamos as possíveis implicações de estar explícito ou não a necessidade de relacionar as operações de multiplicação e de divisão. Reconhecemos o valor desses questionamentos como uma investigação legítima e natural, que podem (e talvez devam) ser desdobramentos deste estudo. Uma discussão nesse sentido, é apresentada em Corrêa e Rangel (2021). Nesse trabalho, analisamos duas propostas curriculares relacionadas ao mesmo conteúdo matemático – o ensino de frações do 1º ao 6º ano. A análise sugere questionamentos tais como: Por que (ou por que não) diferenciar frações próprias e impróprias no ensino de frações? Qual a potencial contribuição ou limitação do ensino da comparação e ordenação de frações associadas à equivalência de frações? Aspectos dessa investigação serão apresentados na subseção a seguir.

4.4 TRAJETÓRIA CURRICULAR

A necessidade de sistematizar e organizar *paridades* e *contrastes*, considerando os *aspectos elementares* identificados nos documentos, determinou a ênfase *trajetória curricular*. Essa ênfase é marcada pela elaboração de um instrumento gráfico multidimensional que evidencia e reflete aspectos conclusivos da análise do estudo: a *trajetória curricular* (figura V). Tal instrumento tem ainda o potencial de fazer emergir novas questões de investigação, apontando desdobramentos para este estudo. O caráter visual da *trajetória curricular* sintetiza e articula as análises correspondentes às três ênfases distinguidas, oferecendo um *panorama* que apresenta *aspectos elementares* e permite evidenciar *paridades* e *contrastes*. A *trajetória curricular* constitui um infográfico quadridimensional que relaciona: (i) a progressão dos anos escolares, registrada no eixo horizontal, (ii) os universos numéricos tratados (naturais, racionais e inteiros), distribuídos verticalmente e diferenciados por cores, (iii) *aspectos elementares* que emergiram da análise dos documentos, evidenciados na parte central do sistema cartesiano que sustenta a representação, e (iv) os países de referência, identificados a partir das respectivas bandeiras.

		1º Ano	2º Ano	3º Ano	4º Ano	5º Ano	6º Ano	
NÚMEROS NATURAIS		CONTAGEM						
		REPRESENTAÇÃO NO SISTEMA DECIMAL						
		COMPARAÇÃO	COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO			COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO		
		ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO						
			MULTIPLICAÇÃO	MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO				
		RETA NUMÉRICA	RETA NUMÉRICA	RETA NUMÉRICA	RETA NUMÉRICA		MÚLTIPLOS E DIVISORES POTENCIAÇÃO RETA NUMÉRICA	
NÚMEROS RACIONAIS	REPRESENTAÇÃO FRAÇÃOÁRIA			IDEIAS DE METADE, TERÇA, QUARTA ... PARTES	FRAÇÕES UNITÁRIAS	FRAÇÕES EM GERAL		
					FRAÇÕES PRÓPRIAS	FRAÇÕES IMPROPRIAS		
						CONSTRUTOS PARTE/TODO E QUOCIENTE		
					CONSTRUTO PARTE/TODO			
						EQUIVALÊNCIA	EQUIVALÊNCIA	
	REPRESENTAÇÃO EM EXPANSÃO DECIMAL				COMPARAÇÃO	COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO	COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO	COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO
							ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO	RAZÃO
						RETA NUMÉRICA		
							REP. FRAÇÃOÁRIA E DECIMAL - RELAÇÃO	
						REPRESENTAÇÃO	REPRESENTAÇÃO	
PORCENTAGEM					COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO	COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO		
					ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO	ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO		
					ADICÃO E SUBTRAÇÃO	ADICÃO E SUBTRAÇÃO		
NÚMEROS INTEIROS					MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO POR NATURAL	MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO	MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO POR NATURAL	
						MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO POR NATURAL		
					RETA NUMÉRICA	RETA NUMÉRICA	POTENCIAÇÃO	
					REPRESENTAÇÃO	REPRESENTAÇÃO	REPRESENTAÇÃO	
					CÁLCULO	CÁLCULO	CÁLCULO	
						REPRESENTAÇÃO	COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO	
							RETA NUMÉRICA	

Figura V. Trajetória Curricular – Números, 1º ano ao 6º ano (Corrêa e Rangel, 2021, p. 4478, tradução nossa)

A visão panorâmica oferecida pela *trajetória curricular* permite observar a introdução e o desenvolvimento da abordagem de *aspectos elementares* identificados no estudo, ainda que não distinga questões particulares. Por exemplo, a partir do instrumento gráfico, observa-se que tanto a BNCC quanto a CCF propõem a abordagem das operações de adição e subtração de números naturais do 1º ao 6º ano de escolaridade. Identifica-se assim uma *paridade* entre os documentos analisados. No caso das operações de multiplicação e de divisão de números naturais, é possível observar que ambos os documentos curriculares abordam o assunto do 3º ao 6º ano de escolaridade, o que evidencia uma *paridade*. É possível observar também que o documento brasileiro propõe explorar a multiplicação de números naturais já no 2º ano, o que revela um *contraste*. A seção do infográfico correspondente a números racionais revela que ambos os documentos propõem o início da sua abordagem por frações e no 3º ano escolar. Uma *paridade* certamente. No entanto, a *trajetória curricular* evidencia que as orientações curriculares brasileiras determinam tal abordagem inicial a partir de frações unitárias (metade, terça parte e demais frações com numerador igual a 1), ao passo que o documento canadense não se restringe a essas frações, trata de frações próprias em geral (aquelas cujo numerador é menor do que o denominador). Um *contraste*.

A construção da *trajetória curricular*, que organiza resultados das ênfases *panorama*, *aspectos elementares* e *paridades e contrastes*, também exigiu análise. A organização dos números racionais a partir de frações, números decimais e porcentagem é um exemplo. A decisão de distribuir e categorizar os dados segundo tais assuntos foi uma necessidade que emergiu da própria construção da *trajetória curricular*. Nos documentos curriculares analisados, frações, representação decimal e porcentagem têm percursos próprios no desenvolvimento do conceito de número racional, ou seja, até que a abstração necessária seja alcançada. Tal separação permitiu observar que os dois países iniciam a abordagem por frações no 3º ano e também que ambos tratam inicialmente de representação dos racionais em expansão decimal no ano escolar seguinte. Por outro lado, o documento brasileiro propõe a abordagem de potenciação com números racionais em expansão decimal no 6º ano, o que sequer aparece no documento canadense. Além do mais, é possível identificar que a potenciação de números racionais em representação fracionária não é proposta no documento brasileiro até o 6º ano, o que está em consonância com o fato de a multiplicação de frações também não ser um objeto de estudo recomendado até tal ano escolar. Cabe observar que *contrastos* como o da abordagem de potenciação – um *aspecto elementar*

identificado em apenas um dos documentos, é destacado na *trajetória curricular* em letras vermelhas. O mesmo recurso visual é utilizado, por exemplo, para destacar a representação, comparação e ordenação de números inteiros, *aspectos elementares* observados apenas no documento canadense.

A *trajetória curricular*, apesar de ter emergido como recurso necessário para sintetizar o estudo, revela limitação para evidenciar questões específicas. Por exemplo, para além do fato de tanto a BNCC como a CCF proporem a abordagem das operações de adição e subtração de números naturais do 1º ao 6º ano de escolaridade, tratado como *paridade*, a análise revelou *contrastos e paridades* que não são diretamente distinguidos na *trajetória curricular*. É esperado que os alunos e as alunas brasileiras alcancem, no 2º ano escolar, a habilidade de “[r]esolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo **números de até três ordens**, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais” (Brasil, 2018, p.283, realce nosso). Já o documento canadense, para a mesma etapa escolar, espera que os estudantes possam “demonstrar entendimento de adições (**limitado a numerais de 1 e 2 dígitos**) **com respostas até 100** e das subtrações correspondentes” (Alberta Education, 2006, p. 65, realce nosso) (tabela IV). Os realces nas citações destacam um *contraste* não explícito na trajetória: a limitação do conjunto numérico. A *leitura combinada* dos documentos também revelou que ambos incentivam o cálculo mental, o que entendemos como uma *paridade* não explícita na trajetória.

Tabela IV. Elementos Estruturantes – Adição e Subtração de Números Naturais

BNCC – 2º Ano	CCF – 2º Ano
<p>(EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito.</p> <p>(EF02MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais.</p>	<p>9) Demonstrar entendimento de adições (limitado a numerais de 1 e 2 dígitos) com respostas até 100 e das subtrações correspondentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • usando estratégias pessoais para adicionar e subtrair com e sem o apoio de material concreto, • criando e resolvendo problemas que envolvam adição e subtração, • usando a propriedade comutativa da adição (a ordem em que os números são adicionados não afeta a soma), • usando a propriedade associativa da adição (agrupar um conjunto de números de maneiras diferentes não afeta a soma), • explicando que a ordem em que os números são subtraídos pode afetar a diferença. <p>10) Aplicar estratégias de cálculo mental, tais como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • usar dobros, • compor uma dezena, • adicionar ou subtrair uma unidade, • adicionar ou subtrair duas unidades, • usar dobros conhecidos, • completar para subtrair <p>para determinar fatos básicos de adição até 18 e fatos de subtração relacionados.</p>

Fonte: BNCC (Brasil, 2018, p. 283, realce nosso) e CCF (Alberta Education, 2006, p. 65, tradução nossa, realce nosso).

Contrapondo a limitação descrita, entendemos que a *trajetória curricular* oferece reflexões pontuais importantes. Uma delas se refere à reta numérica, que é considerada como um *aspecto elementar* que perpassa os diferentes universos numéricos. A reta numérica é contínua e consistentemente abordada no documento canadense ao longo dos seis anos escolares analisados, sustentando a ampliação do universo numérico. Entendemos que tal consistência reforça a sua relevância na aprendizagem de números no contexto canadense. Já ao observar a dimensão referente ao documento brasileiro na *trajetória curricular*, nota-se que

existe uma interrupção na recomendação de abordagem da reta numérica no 2º ano. Entendemos que a ausência da orientação explícita merece investigação: a reta numérica, intencionalmente ou não, pode não ser tratada neste ano escolar.

Extrapolando seu caráter conclusivo e limitações latentes, a *trajetória curricular* tem o potencial de suscitar questões e desdobramentos do estudo, como no trabalho mencionado anteriormente, Corrêa e Rangel (2021). Nesse estudo, as autoras problematizam a introdução do conceito de frações, amparadas pela observação de que a *trajetória curricular* sugere diferenças significativas nas abordagens iniciais de frações nos dois países, que se dá a partir do 3º ano escolar. A dimensão brasileira do recurso gráfico indica o tratamento de frações unitárias e em seguida de frações em geral. Já a dimensão canadense indica o início por frações próprias e na sequência impróprias; diferenciação essa que sequer é destacada no documento brasileiro. Em ambos os documentos, o construto parte/todo está fortemente associado ao ensino de frações. A análise da *trajetória curricular* revela que a BNCC propõe essa discussão no 5º ano, dois anos após o início do ensino das frações. Já a CCF traz o construto parte/todo no ano inicial do ensino de frações. Equivalência é certamente outro tema elementar na construção do conceito de frações. A *trajetória curricular* indica que as diretrizes curriculares dos dois países propõem a introdução do tema no 5º ano escolar e o associam à comparação e à ordenação de frações. Se destaca ainda a introdução das operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) envolvendo frações. A BNCC determina que a adição e a subtração sejam tratadas no 6º ano, enquanto a CCF não trata dessas operações no período analisado. Os dois documentos não propõem o ensino da multiplicação e divisão das frações no período considerado.

Outro aspecto que pode inspirar novas investigações é o início da abordagem de números naturais. A *trajetória curricular* revela que, em ambos os documentos, tal início se dá a partir de contagem, representação no sistema decimal, comparação, adição e subtração, e representação na reta numérica. Revela ainda que os três primeiros anos da escolaridade dos dois países são praticamente dedicados à abordagem de números naturais. No entanto, não revela particularidades dessas abordagens, como a proposta didática de valorizar a resolução de problemas, observada nos dois documentos, ou os algoritmos explorados para efetuar as operações. Acreditamos que particularidades como as destacadas podem ser alcançadas por refinamentos da *trajetória curricular*. Além disto, investigar e compreender os fundamentos por trás de abordagens distintas são formas potenciais de promover novas reflexões, estudos e aprofundamentos sobre o ensino de números naturais a partir da *trajetória curricular*.

Acreditamos que análises que evidenciem convergências e discrepâncias podem contribuir para a discussão sobre currículo no contexto da educação matemática, aprofundando questões como as elencadas e fomentando, inclusive, discussões didático-pedagógicas. Entendemos que a *trajetória curricular* permite “olhar através”, buscando aprofundar demandas diversas que não ficam evidenciadas na leitura direta do infográfico nem são aqui investigadas. As questões não evidentes no infográfico são potencialmente visíveis na elaboração da *trajetória curricular*. Assim, a *trajetória curricular* revela-se valiosa tanto em sua forma final quanto no processo analítico que conduz à sua elaboração. Portanto, salientamos não só o potencial da *trajetória curricular* aqui apresentada, mas também a possibilidade de elaboração de refinamentos da *trajetória curricular* à luz da metodologia proposta.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com foco nos seis primeiros anos escolares, este estudo apresenta uma representação esquemática multidimensional sobre o ensino de números segundo orientações curriculares oficiais de matemática dos sistemas educacionais do Brasil e do Canadá – a *trajetória curricular*. A elaboração da *trajetória curricular* resulta de uma metodologia de análise relacional entre documentos curriculares: a *leitura combinada* (Corrêa e Rangel, 2024). Tal metodologia permite evidenciar a organização de sequências curriculares e apontar *paridades* e *contrastos* entre os documentos analisados. O processo se funda na identificação de *aspectos elementares* do conteúdo, observados nos *elementos estruturantes* das grades curriculares. A *trajetória curricular* é o instrumento gráfico que emerge do estudo, sendo parte e produto da análise.

A investigação de currículos escolares de matemática com base em documentos curriculares de diferentes países tem o potencial de promover a reflexão sobre os processos de ensino, oferecer subsídios para a prática docente e contribuir para o desenvolvimento do conhecimento próprio do professor, o conhecimento da matemática para o ensino (Ball et al, 2008). Entendemos que, a partir da *trajetória curricular* apresentada neste estudo, professoras e professores podem perceber aspectos relacionados ao ensino de números que não necessariamente seriam notados na leitura ou implementação direta de um currículo. Reconhecemos que, de acordo com Remillard (2005), “ainda há muito a aprender sobre se [o] uso de

materiais curriculares não familiares pode ser visto como uma forma de desenvolvimento docente” (p. 239, tradução nossa).

Evoluções naturais e subseqüentes da *trajetória curricular* incluem investigações das diferentes abordagens identificadas com o intuito de promover novas reflexões, estudos e aprofundamentos sobre o ensino de números, assistindo, assim, o desenvolvimento profissional de professoras e professores de matemática e a transformação do currículo pretendido em currículo implementado. Por fim, acreditamos que a investigação aqui apresentada oferece também uma contribuição substancial para iniciativas relacionadas à formação docente, inicial e continuada, a materiais didáticos, e mesmo a estudos análogos com foco em outros países ou em outras unidades temáticas de matemática (geometria, estatística e probabilidade, álgebra, grandezas e medidas).

REFERÊNCIAS

- Acar, F., e Serçe, F. (2021). A comparative study of secondary mathematics curricula of Turkey, Estonia, Canada, and Singapore. *Journal of Pedagogical Research*, 5(1), 216-242. <https://doi.org/10.33902/JPR.2021167798>
- Alberta Education. (2006). *The common curricular framework for K-9 mathematics*. Alberta Education.
- Artigue, M. (2018). Implementing curricular reforms: A systemic challenge. Em Y. Shimizu e R. Vithal (Eds.), *Proceedings of the twenty-fourth ICMI study school mathematics curriculum reforms: Challenges, changes and opportunities* (pp. 43-52). University of Tsukuba.
- Ball, D., Thames, M. H., e Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bass, H. (2018). Quantities, numbers, number names and the real number line. In: M. Bartolini Bussi, e X. Sun (Eds.) *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades. New ICMI Study Series*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-63555-2_19
- Bessot A., e Comiti C. (2006). Some comparative studies between French and Vietnamese curricula. Em F. K. S. Leung, K. D. Graf, e F. J. Lopez-Real (Eds), *Mathematics education in different cultural traditions – A comparative study of East Asia and the West. New ICMI Study Series* (Vol. 9, pp. 159-179). Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-29723-5_10

- Bickmore, K., Hayhoe, R., Manion, C., Mundy, K., e Read, R. (2017). *Comparative and international education issues for teachers* (Second edition.). Canadian Scholars.
- Brasil. (2018). *Base nacional comum curricular*. Ministério da Educação.
- Carqueria, D. S., e Silva, M. N. da. (2020). Sistemas educacionais do Brasil, Chile e México: Análise dos currículos prescritos de Matemática. *Ensino em Re-Vista*, 27(3), 1005-1028. <https://doi.org/10.14393/ER-v27n3a2020-10>
- Charalambous, C. Y., e Philippou, G. N. (2010). Teachers' concerns and efficacy beliefs about implementing a mathematics curriculum reform: Integrating two lines of inquiry. *Educational Studies in Mathematics*, 75(1), 1-21. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9238-5>
- Corrêa, P. D., e Rangel, L. (2021). The teaching of fractions – Emerging questions from the combined reading of Brazilian and Canadian curricular documents. *International Journal for Cross-Disciplinary Subjects in Education*, 12(2), 4473-4483. <https://doi.org/10.20533/ijcdse.2042.6364.2021.0547>
- Corrêa, P. D., e Rangel, L. (2024). Combined Reading: A Methodological Approach for Documental Curricular Analysis. Em D. Thompson, M.A. Huntley, e C. Suurtamm (Eds.). *Lessons Learned from Research on Mathematics Curriculum. Research in Mathematics Education Series* (pp. 37-55). Information Age Publishing.
- Kilpatrick, J. (2008). A Higher Standpoint. *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education (ICME 11)*, 23-43.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., e Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Li, Y., e Lappan, G. (Eds.). (2014). *Mathematics curriculum in school education*. Springer.
- Lui, K. W., e Leung, F. K. S. (2013). Curriculum traditions in Berlin and Hong Kong: A comparative case study of the implemented mathematics curriculum. *ZDM*, 45(1), 35-46. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0387-0>
- Macedo, E. (2006). Currículo: Política, cultura e poder. *Currículo sem Fronteiras*, 6(2), 98-113.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. [OECD]. (2013). *PISA 2012 Assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Pires, C. M. C. (2013). Pesquisas comparativas sobre organização e desenvolvimento curricular na área de educação matemática, em países da América Latina. *Educação Matemática Pesquisa*, 15(2), 513-542.
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246. <https://doi.org/10.3102/00346543075002211>

- Rojano, T., e Solares-Rojas, A. (2018). The mathematics curriculum design from an international perspective: Methodological elements for a comparative analysis. Em Y. Shimizu e R. Vithal (Eds.), *Proceedings of the twenty-fourth ICMI study School mathematics curriculum reforms: Challenges, changes and opportunities* (pp. 475-482). University of Tsukuba.
- Schubring, G. (2014). A matemática elementar de um ponto de vista superior: Felix Klein e a sua atualidade. Em Roque, T.; Giraldo, V. (Eds.), *Saber do Professor de Matemática: Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo* (pp. 39-54). Ciência Moderna.
- Sharma, S. (2013). Qualitative approaches in mathematics education research: Challenges and possible solutions. *Education Journal*, 2(2), 50-57. <https://doi.org/10.11648/j.edu.20130202.14>
- Shimizu, Y., e Vithal, R. (Eds.). (2018). *Proceedings of The Twenty-fourth ICMI Study School mathematics curriculum reforms: Challenges, changes and opportunities*. University of Tsukuba.
- Simmt, E. (2018). Curriculum in Canada: A fractal interpretation using the case of Alberta. Em D. Thompson, M. Huntley e C. Suurtamm (Eds.). *International Perspectives on Mathematics Curriculum* (pp. 103-130). Information Age Publishing, Inc.
- Son, J.-W., Watanabe, T., e Lo, J.-J. (2017). *What matters? Research trends in international comparative studies in mathematics education*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-51187-0>
- Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura. [UNESCO]. (2016). *Glossário de terminologia curricular*. International Bureau of Education.
- Valverde, G., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., e Houang, R. T. (2002). Textbooks and educational opportunity. Em G. Valverde, L. J. Bianchi, R. G. Wolfe, W. H. Schmidt e R. T. Houang, *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks* (pp. 1-20). Springer Science + Business Media.
- Villalobos Torres, E. M., e Trejo Sánchez, C. M. (2015). Fundamentos teórico-metodológicos para la educación comparada. Em M. A. Navarro Leal, e Z. Navarrete Cazales (Eds.), *Educación comparada: Internacional y nacional* (pp. 19-27). Plaza y Valdes Editores.
- Wang, Y., e Fan, L. (2021). Investigating students' perceptions concerning textbook use in mathematics: A comparative study of secondary schools between Shanghai and England. *Journal of Curriculum Studies*, 53(5), 675-691. <https://doi.org/10.1080/00220272.2021.1941265>

Wang, Z., e McDougall, D. (2019). Curriculum matters: What we teach and what students gain. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(6), 1129-1149. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9915-x>

Zanette, M. (2017). Qualitative research in the context of Education in Brazil. *Educar em Revista*, 65, 149-166. <https://doi.org/10.1590/0104-4060.47454>

Autor de correspondência

PRISCILA D. CORRÊA

Endereço postal: University of Windsor, 401 Sunset Ave., Windsor
ON, Canada, N9B 3P4
priscila.correa@uwindsor.ca