

En torno a la publicación del libro de Juan Díaz Godino: *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*

Bruno D'Amore¹

PREMISA

Tuve la suerte de recibir este libro antes de su publicación oficial y definitiva, cuando mi amigo Juan [Díaz Godino], lo envió a algunos investigadores que a lo largo de los años habían contribuido al desarrollo de su creación científica, el Enfoque Ontosemiótico (EOS). Leído con atención y apreciado por su alcance, a pesar de su tamaño, lo recibí nuevamente después de meses, publicado en forma definitiva, elegante y rica. Basta leer el índice para comprender que nos enfrentamos a una obra de gran impacto cultural; lo que se confirma leyendo cada página con atención.

Juan pertenece al pequeño grupo de quienes han sabido crear teorías significativas, profundas y de gran alcance, como reorientar la investigación en nuestro campo, el de la Educación Matemática, por vías nuevas, potentes, con una visión que abre numerosos frentes. Recuerdo haber tenido un papel importante tanto en dar a conocer la *Teoría de las situaciones* de Guy Brousseau (hace varias décadas, al menos 5), así como en la promoción del estudio teórico y concreto de la *Teoría*

¹ Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. NRD, Departamento de Matemática, Università di Bologna, Italia, bruno.damore@unibo.it, orcid.org/0000-0002-5834-9438

de la *objetivación* de Luis Radford, al menos durante 25 años, creando oportunidades de comparación teórica y difusión, por ejemplo, invitando a Luis a Italia al congreso anual dirigido por mí desde 1986 y a Suiza (promoviendo un famoso encuentro de discusión entre él y Brousseau, que duró horas).

Ahora, en este 2024, creo que podemos decir que hay más de veinte teorías importantes relativas a la Educación Matemática, aquellas de las cuales tiene sentido hablar; sugerí a mis mejores alumnos dedicarse a la tarea de presentarlas al público de jóvenes investigadores, ya que me doy cuenta de que las nuevas teorías tienden a hacer olvidar las antiguas (Asenova *et al.*, 2022).

La colaboración con Juan siempre ha sido profunda y rica; empezando hace décadas... ya no recuerdo cuándo... Pero en 2006, cuando Luis Radford y yo fuimos editores de un número especial de la revista *Relime* (México), decidimos mutuamente pedirle a Juan uno de los artículos (Radford y D'Amore, 2006).

En 2005 tuve la oportunidad de quedarme en Granada con Martha Isabel Fandiño Pinilla, invitados por Juan y Carmen Batanero, para una serie de actividades de interés común; pero había habido un encuentro notable unos años antes en Chivilcoy (Argentina), en 2003, durante el cual Martha y yo habíamos favorecido un intercambio oral de opiniones teóricas entre Guy y Juan; por ejemplo, durante un largo viaje en autobús, los dos se habían enfrentado a nivel teórico y mi papel como traductor no había sido sencillo (Brousseau hablaba español, sí, pero no siempre de forma totalmente comprensible). [Hay que decir que, antes de la pandemia del Covid-19, se producían verdaderos encuentros, con viajes, hoteles, comidas compartidas, formidables oportunidades de intercambio personal; lo cual ahora es muy raro, cada vez más raro. Muchas veces Juan vino a Bogotá a trabajar junto a nosotros, por ejemplo, con motivo de exámenes finales de doctorado, aprovechando para intercambiar ideas, realizar seminarios y preparar textos].

A partir de los años 2000, con Juan y en ocasiones con otros autores, entre ellos Vicenç Font y Martha, escribimos diversos artículos destinados a profundizar el análisis crítico del poder de la teoría o a darla a conocer a estudiosos de otros países; esta actividad duró varios años y nunca terminó. Para esto fueron necesarias reuniones en profundidad, entre las que recuerdo la de Santiago de Compostela (2006), trabajando allí los cuatro autores como expertos en ocasión de tesis doctorales.

Hablando de tesis de PhD, con motivo de la discusión del trabajo de uno de mis mejores estudiantes de doctorado, George Richard Paul Santi, en marzo de 2010 invité a Juan y Luis a ser jueces en Palermo (Italia) y fue una oportunidad

fantástica para discusión y análisis en profundidad. Así como la conferencia en Santa Marta (Colombia), organizada por la Universidad Sabana de Chía, con motivo de la cual se publicaron documentos significativos para los cuales pedimos una contribución a Juan y a otros amigos (por ejemplo: Brousseau, Arzarello, Cantoral, Duval, Font, Godino, Llinares, ...).

Otras oportunidades de contacto en congresos fueron varias veces en Luján (Argentina, por ejemplo, en 2021); en Bolonia con motivo de una conferencia internacional celebrada en mi honor en 2011 (Sbaragli, 2011); una conferencia virtual en Granada en 2017, en la que Martha y yo presentamos un análisis en profundidad de algunos aspectos de EOS que parecen haber sido tenidos en cuenta en este último libro de Juan; y otros. Muchos de los trabajos de Juan sobre EOS han sido traducidos al italiano por nosotros, ya que la teoría EOS estaba luchando por ganarse la entrada entre los investigadores de ese país. Y finalmente recuerdo un libro escrito por Juan, Martha y yo, publicado en italiano en 2003 y luego en español en Colombia en 2008 (D'Amore, Godino y Fandiño Pinilla, 2008).

Podría seguir, pero me detendré aquí; todo lo anterior está escrito para confirmar que la colaboración y el estudio del EOS siempre ha sido profundo y fuerte entre nosotros: Juan (quien la desarrolló) y nosotros que creímos en ella y contribuimos al análisis crítico y a su difusión.

Así que ahora está claro que, cuando vimos el índice de este libro y leímos la primera versión, nuestro corazón se aceleró; no nos parecía posible profundizar en mayores y más complejos detalles de la que consideramos una de las teorías más completas del panorama de la investigación en Educación Matemática. Sin embargo, así es como es: este libro profundiza en gran medida en el trabajo de décadas anteriores al proponer extensiones y análisis inesperados pero necesarios.

Dedicaremos las siguientes páginas a esbozar algunos puntos fundamentales de esta teoría, que deben interpretarse como una contribución a la difusión de EOS y como una orientación específica para la lectura de este nuevo y profundo libro.

NOTAS GENERALES SOBRE EOS

Con la acalorada discusión sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en los años ochenta, surgieron diferentes teorías que abordaban aspectos

distintos de la Educación Matemática, tan diversos que aparentemente las diferencias epistemológicas y ontológicas asumidas por cada una de estas las hacían distantes e irreconciliables. Sin embargo, en España, Godino y Batanero (1994) encontraron en la noción de significado un punto de convergencia entre las múltiples posiciones de la época.

Para Godino y Batanero (1994), la idea de significado es central en la Educación Matemática porque está directamente relacionada con el problema de la comprensión de los objetos matemáticos por parte de los alumnos. En respuesta a esto, surge el Enfoque Ontosemiótico (EOS) como un sistema teórico que encuentra en la posición pragmática del significado (Peirce, 1958) una oportunidad de precisión conceptual que, vinculada a los conceptos de práctica matemática, y objeto matemático, permite una descripción detallada de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática compatible con diversas teorías desarrolladas en este campo.

El EOS parte de la definición de práctica como cualquier "acción o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar dicha solución a otros, validarla y generalizarla en otros contextos y problemas" (Godino y Batanero, 1994, p. 334). Ese "alguien" que desarrolla una práctica matemática puede ser una persona o una institución, entendiendo esta última como un grupo de personas comprometidas con la resolución de un problema. De esta forma, se otorga un papel central a la resolución de problemas al considerarla como la actividad que hace emerger el conocimiento matemático, añadiendo así una visión antropológica a los planteamientos teóricos en Educación Matemática.

En cuanto a los objetos matemáticos, estos se entienden como entidades abstractas cargadas de aspectos culturales que emergen con roles representativos, instrumentales, reguladores, explicativos y justificadores en las prácticas matemáticas (D'Amore y Godino, 2007). Esto implica que tienen componentes personales y revelan un dualismo institucional. Un objeto matemático personal es la emergencia del sistema de prácticas personales que un sujeto experimenta durante su proceso de aprendizaje; mientras que el objeto institucional tiene un carácter social que corresponde al dominio del problema en donde es recibido y propuesto por una institución (Godino y Batanero, 1994). De esta manera, el significado se define como la correspondencia que se establece entre un objeto matemático y el sistema de prácticas en donde emerge y del que forma parte.

Otro aspecto que destaca el EOS es que el carácter cultural de las prácticas matemáticas trae consigo la necesidad de utilizar el lenguaje como medio para

comunicar con los demás; así, en la actividad matemática son esenciales los procesos de interpretación, entendiendo la noción de función semiótica como aquella relación de dependencia entre los diversos objetos que emergen y regulan las prácticas matemáticas, permitiendo modelar y describir el conocimiento personal e institucional de los objetos matemáticos.

Precisamente ante la búsqueda de la modelización de las prácticas matemáticas, en el EOS se propone la noción de “proceso matemático” como una secuencia de acciones que se desarrollan en el transcurso de la resolución de un problema (Font y Rubio, 2016). La relación dinámica entre los objetos matemáticos y los significados a través de los procesos que se desarrollan en una práctica matemática nos lleva a concebir el aprendizaje como la apropiación que una persona hace de los significados institucionales de un objeto (Godino, Batanero y Font, 2020).

La aplicación de esta concepción de objetos, prácticas y significados en el análisis de situaciones concretas de aprendizaje y enseñanza de la Matemática ha llevado al EOS a reflexionar sobre la presencia de otros elementos no reconocidos en estas dimensiones epistémicas (institucional) y cognitivas (personal), ampliando las consideraciones de su sistema teórico con cuatro facetas más: afectiva, mediacional, interaccional y ecológica. Según Godino *et al.* (2020), gracias a esta ampliación se pueden abordar diferentes cuestiones y considerar diversos componentes de la práctica matemática:

- el surgimiento y desarrollo de la Matemática (aspecto epistémico), adoptando la visión pragmática y antropológica explicada anteriormente;
- las formas de conocer los objetos matemáticos y lo que significan para un sujeto (aspecto cognitivo), donde la función semiótica y la configuración onto-semiótica (relaciones entre procesos, prácticas y objetos) se utilizan para modelar y describir las prácticas matemáticas, así como para anticipar los conflictos que puede encontrar un aprendiz;
- la forma de concebir y relacionar la enseñanza y el aprendizaje (aspecto didáctico), para el cual se propone la configuración didáctica como herramienta para representar y estudiar las relaciones dinámicas entre tres aspectos: (1) las prácticas, objetos y procesos que el profesor considera necesarios para abordar un objeto matemático, (2) el sistema de funciones didácticas y los medios utilizados y (3) los factores cognitivos y afectivos presentes en el proceso de aprendizaje;

- los factores y las normas que condicionan, apoyan, y regulan las prácticas matemáticas (aspecto ecológico), afirmando que pueden ser de carácter social o disciplinar y que, a través de estos, es posible reflexionar, evaluar y modificar las prácticas matemáticas para su mejora;
- las motivaciones, intereses, actitudes, creencias y emociones tanto de alumnos como de profesores (aspecto afectivo), entendiendo que inducen y condicionan las prácticas matemáticas, por lo que están directamente relacionadas con el grado de implicación de los alumnos en el proceso de enseñanza y aprendizaje;
- el tipo de acciones y recursos que se deben utilizar en un proceso de enseñanza y aprendizaje de un objeto matemático específico (aspecto mediacional), aludiendo a la importancia de la disponibilidad y uso oportuno de los recursos materiales y temporales.

Estas facetas que se proponen en el EOS están relacionadas entre sí y pretenden dar respuesta a los requisitos de descripción y prescripción que, según Font y Godino (2011), debe abordar la Educación Matemática. Por tanto, el EOS no solo ofrece herramientas de estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje en todas sus facetas, sino que pone a disposición de docentes e investigadores un conjunto de criterios que les permiten estudiar, reflexionar, evaluar y orientar la mejora de dichos procesos. Estos criterios están asociados a cada una de las facetas y se presentan como el resultado de un proceso consensuado de reconocimiento de los resultados de las múltiples teorías de la Educación Matemática, por lo que no se plantean como una guía rígida a considerar por los profesores, sino como un punto de partida en la búsqueda de la consolidación de la Educación Matemática como una disciplina científica de impacto social.

Es precisamente el estudio de los procesos para mejorar el aprendizaje y la enseñanza de la Matemática lo que conduce a uno de los constructos centrales del EOS, la idoneidad didáctica. Para el EOS, la Educación Matemática tiene como preocupación primordial la identificación y el estudio de los problemas y factores que condicionan el aprendizaje de la Matemática, con el fin de aportar soluciones alternativas o mejores. Por esto, propone que, si bien no existen “clases buenas o malas”, es importante contar con criterios que permitan reflexionar sobre lo que sucede en el aula y tomar decisiones que conduzcan a prácticas significativas para el aprendizaje de los alumnos, siendo la idoneidad didáctica de un proceso de enseñanza y aprendizaje el estado de equilibrio entre los criterios de las facetas

del EOS. Esta idoneidad se relaciona con los factores contextuales, culturales e históricos en los cuales se enmarcan las prácticas matemáticas.

También queremos mencionar, al interior del EOS, los aportes de las dos últimas décadas en relación con la conexión entre este sistema teórico y la formación del profesorado de Matemática. En este sentido, el EOS ha propuesto un modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) basado en tres dimensiones: (1) didáctica, que alude al conocimiento de los profesores en relación con las seis caras del EOS ilustradas anteriormente; (2) matemática, que corresponde al conocimiento de la Matemática, sus problemas, procedimientos, objetos y conexiones; (3) objetivo didáctico-matemático, relativo al conocimiento de las normas y metanormas de los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como a la evaluación de la idoneidad didáctica (Pino-Fan y Godino, 2015).

El CCDM se propone como un modelo de doble intención: por un lado, permite estudiar y describir el conocimiento del profesor y, por otro, proporciona criterios para determinar los factores a considerar en el diseño de los planes de formación del profesorado. En particular, se propone el análisis, diseño, implementación y evaluación de los procesos de enseñanza y aprendizaje a través de las facetas y criterios del EOS como posibilidad para la gestión de la competencia profesional del profesor de Matemática.

Las posibilidades de expansión del EOS son múltiples por su disposición al diálogo e interacción con los avances de todas las teorías de la Educación Matemática, discutiendo y superando naturalmente las diferencias epistemológicas y ontológicas existentes. Y es por esto por lo que este nuevo libro era esperado, pues propone avances y elementos no presentes en los análisis precedentes, a completar de una forma crítica y significativa los estudios anteriores.

ESTE LIBRO

Dado el éxito internacional del EOS y las diferentes interpretaciones que surgieron tras su difusión, junto con las otras teorías que se crearon antes, la difusión internacional del EOS es notable; tanto es así que considero esta obra explicativa de su creador como detallada, profunda y crítica.

Este nuevo texto de Juan hace referencia a teorías que no están solo en la base de EOS, lo que amplía su estudio, significado y aplicaciones. Es relevante que haya muchas referencias a actividades matemáticas concretas y de diversos tipos, con ejemplos explícitos tratados en detalle.

La Matemática se presenta con múltiples facetas, todas coherentes, pero que requieren interpretaciones, lenguajes y métodos distintos, que son explicados y discutidos. El análisis de las diferentes teorías del significado y sus relaciones con el EOS es profundo y útil, en particular, en lo que a mí respecta, los estudios de Peirce.

Son interesantes los análisis relativos a la teoría del significado en relación específica con la Educación Matemática. Esta, la Educación Matemática, se presenta, discute y analiza desde diversos puntos de vista, que no solo son exhaustivos, sino que finalmente le otorgan un sentido amplio que muchas otras teorías no logran darle.

En mi opinión, no solo son importantes las similitudes, sino también y quizás sobre todo las diferencias que casi nunca se alcanzan a ver en ocasiones similares. También en este caso, los ejemplos concretos son apropiados y significativos, especialmente las secciones sobre los números naturales, el concepto de función y por tanto el lenguaje de las relaciones, piedras angulares de la Educación Matemática en todo el mundo.

Es efectiva y necesaria la sección que lleva el nombre de: "Aproximación ontosemiótica al dominio afectivo en educación matemática", tema ausente en muchas otras obras que abordan temas didácticos, pero central y significativo.

En el capítulo 4 se desarrolla una Teoría del diseño educativo matemático basada en el EOS y se examina la dimensión normativa en todos sus aspectos específicos y de gran interés, como nunca lo había visto antes, con detalles muy definidos (Normas epistémicas, Normas ecológicas, Normas sobre interacciones, Normas mediacionales, Normas cognitivas, Normas afectivas, Dimensión meta-normativa). En todo el libro se examinan los criterios de idoneidad didáctica y la dinámica de un proceso educativo-instruccional (en las trayectorias subyacentes epistémica, instruccional, cognitiva y afectiva).

Me parecen eficaces los párrafos destinados al análisis de las perspectivas teóricas relacionadas con el diseño, temas a la vez concretos, pero también profundamente teóricos y analíticos.

Desde el nacimiento de la teoría EOS, recuerdo que se resaltaron aspectos que han sido objeto de discusión y que hoy se presentan con bastante profundidad y detalle, algo que Juan llama "Teoría de la idoneidad didáctica" basada en diversas facetas (epistémica, ecológica, mediacional, interaccional, cognitiva, afectiva), que son interesantes por sí mismas, pero sobre todo por sus interacciones, tema que ocupa un papel central en este libro.

Lo expresé líneas arriba, y lo repito aquí: Juan siempre presenta en profundidad las relaciones del EOS con otras teorías sobre temas centrales, relaciones a veces con acuerdos parciales.

Juan presta mucha atención al docente, a su profesionalidad, a la conciencia de su papel y a su formación, un tema muy querido para mí y que he abordado en muchas ocasiones pero que, en este libro, consigue no solo ser un tema concreto, práctico, real, sino también de profundo carácter teórico.

Aprecié mucho el capítulo 7, dedicado al sistema teórico que subyace a EOS, de sutil y precisa profundidad cultural científica, hasta el punto de proponer EOS como marco teórico de investigación.

El tema de las relaciones entre diferentes teorías es actual, como yo mismo cito en muchos estudios de los últimos 10 años y como invito a mis alumnos a estudiar; por lo que son bienvenidos los párrafos relativos a las concordancias y complementariedades con otras teorías, como las siguientes: Teoría de situaciones didácticas, Teoría antropológica en didáctica de las matemáticas, Educación matemática realista, Teoría APOE, Teoría de la objetivación, Programa etnomatemático. Juan no solo capta las diferencias, sino también las similitudes, y esto desde dos puntos de vista: sus constituyentes y las diferencias de uso en la práctica didáctica.

Párrafos finales de prestigio cultural pero también de generosidad intelectual, los destinados a la comparación de teorías según la dualidad comprensión-uso (uno de los temas más recurrentes en la obra de Juan) y las cuestiones abiertas dentro del sistema teórico de EOS, como herramienta en constante evolución. Lo que atestigua, en mi opinión, su visión crítica y autocrítica, de gran fortaleza intelectual.

DATOS DE LA OBRA

Godino, J. D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática: Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. Editorial Aula Magna. McGraw-Hill Interamericana de España, S. L. <https://hdl.handle.net/10481/93596>

REFERENCIAS

Asenova, M., D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Fúneme Mateus, C. C., Iori, M., y Santi, G. (2022). *Teorie rilevanti in Didattica della matematica*. Bonomo. [Versión en idioma

- español: (2024). *Teorías relevantes en Educación Matemática*. Prólogo de Rodolfo Vergel. Magisterio].
- D'Amore, B., y Godino, J. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(2), 191-218.
- D'Amore, B., Godino J. D., y Fandiño Pinilla, M.I. (2008). *Competencias y matemática*. Magisterio.
- Font, V., y Godino, J. (2011). Inicio a la investigación en la enseñanza de las Matemáticas en secundaria y bachillerato. En J. Goñi (Ed.), *Formación del Profesorado. Educación Secundaria* (pp. 9-56). Grao.
- Font, V., y Rubio, N. (2016). Procesos en matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica. *La matematica e la sua didattica*, 24(1-2), 97-123.
- Godino, J., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2020). El enfoque ontosemiótico: Implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(2), 3-15.
- Peirce, C. S. (1958). *Collected papers of Charles Sanders Peirce. 1931-1935*. Harvard UP.
- Pino-Fan, L., y Godino, J. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Revista Paradigma*, 36(1), 87-109.
- Radford, L., y D'Amore, B. (Eds.) (2006). *Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*. Número especial de Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Cinvestav).
- Sbaragli, S. (Ed.) (2011). *La matematica e la sua didattica, quarant'anni di impegno. Mathematics and its didactics, forty years of commitment. In occasion of the 65 years of Bruno D'Amore*. Proceedings of International Conference, October 8, 2011. Department of Mathematics, University of Bologna. Pitagora.

TEXTOS DE REFERENCIA

- D'Amore, B. (2020). Un estudio del desarrollo de la Didáctica de la Matemática con los medios teóricos del EOS. En AA. VV. (2020), *Memorias del I Simposio de Educación Matemática (I SEM V) Educación matemática en tiempo de pandemia*, Tomo I, Universidad Nacional de Luján, Argentina, pp. 6-11.
- D'Amore, B., y Fandiño Pinilla, M. I. (Editors) (2015). *Didáctica de la matemática. Una mirada epistemológica y teórica*. Ediciones Universidad De La Sabana.

- D'Amore, B., y Fandiño Pinilla, M. I. (2017). Reflexiones teóricas sobre las bases del enfoque ontosemiótico de la Didáctica de la Matemática. Theoretical reflections on the basis of the onto-semiotic approach to Didactic of Mathematics. En: J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.) (2017). *Actas del II Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico*. Granada, 23-26 marzo 2017. <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- D'Amore, B., y Fandiño Pinilla, M. I. (2020). Historia del desarrollo de la Didáctica de la Matemática. Un estudio realizado con los medios teóricos de la EOS (Enfoque Onto-Semiótico). *Paradigma*, 41(1), 130-150. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p130-150.id870>
- Font, V., Godino, D.J., y D'Amore B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematical education. *For the learning of mathematics*, 27(2), 2-14. <http://www.jstor.org/stable/40248564>
- Font V., Godino J. D., y D'Amore B. (2010). Representations in mathematics education: an onto-semiotic approach. *International Journal for Studies in Mathematics Education*. 2(1), 58-86.