

Reflexiones para la planificación de la enseñanza de la geometría escolar: Un estudio de caso

Reflections for planning the teaching of school geometry:
A case study

Teresita Eugenia Méndez-Olave,¹ Claudia Estrella Valenzuela-Gaete,²
Isabel Margarita Vargas Calvert,³ Eduardo Israel Piña Flores⁴

Resumen: En las últimas décadas, la planificación de la enseñanza desafía a los profesores a poner en juego saberes disciplinarios, pedagógicos y didácticos adquiridos durante su formación y en su práctica docente. En este artículo se reportan resultados de una indagación, realizada en el marco de un acompañamiento docente que tuvo como objetivo colaborar con profesores de matemática de un liceo municipal, a reflexionar sobre la planificación de la enseñanza de la geometría. La metodología es cualitativa y corresponde a un estudio de caso. Se recoge información a partir de la planificación escrita por cada profesor y mediante una entrevista semiestructurada. Los resultados observados evidencian concepciones tradicionales de enseñanza de la geometría y débiles previsiones sobre las posibles respuestas de los alumnos ante lo planificado. Además, los profesores involucrados presentan una frágil cultura para reflexionar durante la planificación de la enseñanza, poniendo en evidencia

Fecha de recepción: 29 de junio de 2024. **Fecha de aceptación:** 30 de enero de 2025.

¹ Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, teresita.mendez@umce.cl, <https://orcid.org/0000-0001-9539-4134>

² Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, claudia.valenzuela@umce.cl, <https://orcid.org/0000-0002-2481-0062>

³ Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, isabel.vargas@umce.cl, <https://orcid.org/0000-0001-8831-9857>

⁴ Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, eduardo.pina@umce.cl, <https://orcid.org/0000-0002-4493-277X>

la inconsistencia entre las concepciones sobre la enseñanza de la geometría de los profesores y el enfoque constructivista del currículo escolar.

Palabras clave: *Reflexión, Planificación de la Enseñanza, Medio, Estructuración del Medio.*

Abstract: In recent decades, school teaching planning challenges teachers to put into play disciplinary, pedagogical and didactic knowledge acquired during their training and in their teaching practice. This article reports the results of an investigation carried out within the framework of a teaching accompaniment that aimed to collaborate with mathematics teachers from a municipal high school to reflect on the planning of the teaching of geometry. The Methodology is qualitative and corresponds to a case study. Information is collected from the written planning by each teacher and through a semi-structured interview. The observed results show traditional conceptions of geometry teaching and weak predictions about the possible responses of students to what is planned. Furthermore, the teachers involved have a weak culture to reflect during teaching planning, which would lead to managing the class in a traditional way, highlighting the inconsistency between the teachers' conceptions of teaching school geometry and the constructivist approach of the school curriculum.

Keywords: *Reflection, Teaching Planning, Milieu, Structuration du Milieu.*

INTRODUCCIÓN

Las primeras ideas acerca de la importancia de generar procesos reflexivos sobre la práctica de los profesores, y así evitar caer en improvisaciones y rutinas tradicionales, surgen de los trabajos de Schön (1983, 1987), Dewey (1989), Elliot (2005); Hart, Alston y Murata (2011), entre otros (citado en Seckel y Font, 2020).

Schön destaca que el pensamiento reflexivo se presenta en dos momentos: reflexión en la acción y reflexión sobre la acción (Ortiz, 2021, p. 44).

Para Dewey, el pensamiento reflexivo tiene cinco fases que describen un itinerario desde una idea heurística de lo que hay que hacer hasta la fase de comprobación de hipótesis levantadas en el transcurso de la reflexión. Las fases

son: Sugerencia, Intellectualización, Hipótesis, Razonamiento y Conclusión (ver detalle en Ortiz, 2021, p. 44).

Elliot (2005) plantea la existencia de dos tipos muy diferentes de desarrollo reflexivo de la práctica docente, uno en el que la reflexión inicia la acción y otro en el que la acción inicia la reflexión (p. 37). Hart, Alston y Murata reportan sus experiencias con el método del estudio de clases.

Otros aportes a esta línea de investigación son los de Perrenoud (2011), quien plantea, al igual que Schön (1983), que la práctica reflexiva es un elemento clave de la profesionalización, por tanto, debe desarrollarse desde la formación inicial del profesorado, considerando un método para la reflexión y un marco conceptual específico de la disciplina que se enseña. Él plantea que una gran capacidad de reflexionar en la acción y sobre la acción, implica desarrollar autonomía y responsabilidad profesional.

La investigación de Parada y Pluvinage (2014), focalizada en ayudar a profesores de educación básica a reflexionar sobre la actividad matemática que promueven en sus estudiantes, mostró el impacto que las reflexiones realizadas tuvieron en los esquemas de enseñanza de los profesores. Además, reconocieron que las actividades planeadas pueden transformarse por las interacciones que se dan en la clase y que sus esquemas pueden flexibilizarse para atender de la mejor manera las situaciones de aprendizaje.

Breda, Font y Pino-Fan (2018), dan cuenta de otras investigaciones (Giménez *et al.*, 2013; Pochulu *et al.*, 2016; Seckel, 2016) que señalan que la reflexión de los formadores de profesores, profesores y futuros profesores sobre su propia práctica se ha potenciado al utilizar como marco de referencia los criterios de idoneidad didáctica, y su desglose en componentes e indicadores, propuesto en el marco del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS).

Hummes *et al.* (2019), indagaron en el desarrollo de la reflexión sobre la práctica en la formación de profesores de matemáticas, combinando el uso del Estudio de Clases y los Criterios de Idoneidad, esta última como herramienta metodológica para organizar la reflexión del profesor. Los resultados muestran que los Criterios de Idoneidad están presentes en la reflexión realizada por los participantes en el Estudio de Clase, aunque estos criterios aún no se les han enseñado.

Espinoza y Ríos (2017), se propusieron favorecer el análisis de la práctica de profesores en formación de octavo semestre, vinculando el uso del diario de campo con la reflexión sobre la práctica. Luego de elaborar criterios unificados para la elaboración de un diario que facilite la reflexión sobre la práctica, la implementación de la propuesta de intervención les permitió observar que la reflexión de los

estudiantes puntualizó de mejor manera aspectos relevantes de la práctica docente, analizando aspectos que los estudiantes no habían considerado.

Otra perspectiva es la de Schön (1987), citado en Espinoza y Ríos 2017, quien considera que la práctica reflexiva es un proceso crucial para perfeccionar nuestro trabajo; como ya se señaló, Schön distingue entre la reflexión para la acción y la reflexión sobre la acción (1987) y aboga por un docente que reflexione de modo permanente sobre su práctica de enseñanza con el fin de transformarla. Este investigador, describió la reflexión como “una continua interacción entre el pensamiento y la acción” (p. 281); y al “práctico reflexivo” como la persona que “reflexiona sobre las comprensiones implícitas en la propia acción, que las hace explícitas, las critica, reestructura y aplica en la acción futura” (Schön, 1983, p. 50).

Quijano y Corica (2023), analizan la entrevista realizada a un profesor de matemática de una institución de San Carlos de Bariloche, Argentina, desde la perspectiva de las nociones que aporta la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Las investigadoras se interesan en caracterizar las concepciones del profesor sobre cómo se debería estudiar geometría en el nivel secundario. Sus resultados muestran que el profesor otorga al estudio de la geometría, igual importancia que otras áreas de la matemática y permite el desarrollo de habilidades manuales vinculadas a la representación de objetos geométricos. Además, en sus reflexiones, el profesor señala la importancia de diseñar las tareas a partir de diferentes recursos y orientar la actividad de los estudiantes, sin anticipar los resultados que se espera que ellos encuentren.

Cuellar y Jiménez (2019), analizan su propia práctica. Para ello consideran la planificación de la enseñanza y la implementación de una secuencia de tareas para promover el proceso de definición, lo que requería el uso de un software de geometría dinámica y, dan cuenta de lo valioso del proceso de reflexión para sistematizar acciones en los momentos de diseño y de gestión de la clase. Además, plantean que esta sistematización les permitió tener una mirada crítica de la profesión y pudieron identificar sus falencias, aciertos, hábitos y sus propias concepciones sobre el proceso de definir una noción geométrica. Asimismo, hacen énfasis en la forma en que este proceso transformó su conocimiento profesional, dado que tomaron conciencia de las implicaciones y acciones que se ponen en juego al enseñar geometría.

A la luz de estos antecedentes, y en el marco de la ejecución del proyecto de investigación DIUMCE PMI-EXB/PNII/09/2017, presentamos un estudio exploratorio acerca de las reflexiones para la acción didáctica (Schön, 1983), que realizan dos profesores de matemática cuando planifican la enseñanza de la

geometría en dos tópicos curriculares de esta área. Para orientar nuestro trabajo, formulamos las siguientes preguntas: ¿Qué caracteriza a las reflexiones realizadas por los profesores cuando planifican la acción didáctica para la enseñanza? Y ¿sobre qué aspectos de la enseñanza de la geometría reflexionan los profesores al planificar sus clases?

MARCO TEÓRICO

A fin de sistematizar y orientar la descripción y análisis de las observaciones recogidas, nos apoyamos en la noción de Estructuración del Medio (EMD) de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) (Margolinas y Steinbring, 1993).

Esta teoría, la TSD, emerge en fuerte interacción con una metodología de ingeniería didáctica, desarrollo de conceptos y modelos que ayudan a conceptualizar la evolución del conocimiento matemático (formal o informal) e identificar los roles del profesor en diferentes fases de esta evolución (Mangiante-Orsola *et al.*, 2018, p. 146).

Estas ideas resuenan con el enfoque que Margolinas da a la estructura en capas definida por Brousseau (1988) para la modelización del medio didáctico, ella propone un modelo matricial organizado en fases y niveles para analizar la interacción didáctica en una clase e identificar y describir diferentes tipos de funcionamiento didáctico en la actividad del profesor y de los alumnos.

En esta teoría la noción de medio es una componente interna esencial para explicar el funcionamiento de una situación didáctica (Brousseau, 1988; Margolinas, 1995) y tiene un carácter integrador (Brousseau, 1988). Con el propósito de precisar estas características, Margolinas (1995) realiza una ampliación del modelo brousseauiano, en la que se pueden apreciar: los roles del profesor en relación al saber a enseñar y a su proyecto de clase; las posiciones del alumno en la relación didáctica y, además, pone en evidencia la interacción del profesor con medios que son propios de su ejercicio docente.

ESTRUCTURACIÓN DEL MEDIO DIDÁCTICO (EMD): EL MODELO DE MARGOLINAS

Comenzaremos recordando que, en la TSD, la situación didáctica (S) considera los sistemas profesor, alumno y medio, simbolizados como (P), (E) y (M) respectivamente.

En el modelo de la EMD, Margolinas (1995) se apoya en la situación didáctica, anotada (S0) y en el medio (M0), denominado medio de aprendizaje, además propone que a M0 lo antecedan tres medios inferiores, simbolizados por (M-3, M-2 y M-1), con los que el alumno interactúa en una fase adidáctica y lo sucedan tres medios superiores simbolizados por (M+1, M+2 y M+3) con los que el profesor interactúa en una instancia de reflexión para la planificación de la enseñanza.

El modelo de EMD, considera tres fases de interacción: adidáctica, didáctica y sobredidáctica. Las fases adidáctica y sobredidáctica se desarrollan en tres niveles cada una.

La **fase adidáctica** corresponde a la devolución de una situación, la que requiere de las interacciones autónomas del alumno con medios que lo confrontan en los niveles -3, -2 y -1 que están en correspondencia con las posiciones que los alumnos van adquiriendo a medida que el medio de la situación evoluciona para aproximarse al aprendizaje esperado. Esta fase les permite enfrentar la situación con sus conocimientos personales, estableciendo relaciones con necesidad de comunicarlas a otros y/o de justificarlas frente a la clase. En esta fase, el profesor pone en funcionamiento el contrato didáctico y el proceso de devolución. Los medios del profesor son las preguntas y respuesta de los estudiantes en los diferentes niveles.

La **fase didáctica** describe la acción del profesor enseñando. Se trata de un nivel de institucionalización que recoge lo esencial del aprendizaje en las interacciones del alumno con sus medios y de las acciones (a veces espontáneas) que el profesor pone en juego para hacer frente a las retroacciones de su medio y también las acciones de los alumnos. Esto le permite al profesor reconocer el saber que ha surgido de estas interacciones para luego institucionalizarlo.

Margolinas (1995) ha denominado **fase sobredidáctica** a una instancia de reflexión para la planificación de la enseñanza, donde la actividad del profesor, los medios, las interacciones y el funcionamiento de las situaciones son concebidas como objeto de estudio para el didacta.

En su modelo, Margolinas (1995) pone en evidencia el orden de evolución de la situación y las posiciones simétricas de las acciones del profesor y del alumno en relación a la situación didáctica S0. Para ello elabora la siguiente matriz.

Fase sobre didáctica (Reflexión para la planificación de la enseñanza)	M ₃ : Medio de construcción	S ₃ : Situación <u>noosférica</u>		P ₃ : Profesor noosférico
	M ₂ : Medio de proyecto	S ₃ : Situación construcción		P ₂ : Profesor constructor
	M ₁ : Medio didáctico	S ₁ : Situación de proyecto	E ₁ : Estudiante reflexivo	P ₁ : Profesor proyectando
Fase didáctica	M ₀ : Medio de aprendizaje	S ₀ : Situación didáctica	E ₀ : Estudiante	P ₀ : Profesor
Fase adidáctica (actividad autónoma del alumno)	M ₋₁ : Medio de referencia	S ₋₁ : Situación aprendizaje	E ₋₁ : Estudiante aprendiendo	P ₋₁ : Profesor observando
	M ₋₂ : Medio objetivo	S ₋₂ : Situación de referencia	E ₋₂ : Estudiante actuando	
	M ₋₃ : Medio material	S ₋₃ : Situación objetiva	E ₋₃ : Estudiante objetivo	

Figura 1. Matriz del modelo de Estructuración del Medio.
Fuente: Margolinas y Steinbring, 1993

FASE ADIDÁCTICA

Esta fase, caracteriza las interacciones del alumno con el medio que evoluciona en los niveles (-3), (-2) y (-1), aproximándose a la situación didáctica en el nivel 0. La flecha azul indica el sentido ascendente de esta fase. En el nivel -3 la actividad del alumno se inicia en la situación objetiva S-3, planteada por el profesor mediante la negociación de un contrato didáctico. En la interacción entre el sujeto objetivo E-3 y el medio material M-3, se espera que los estudiantes asuman la responsabilidad de interpretar y trabajar de acuerdo a lo que señala la consigna de la situación. Se produce la “devolución de una situación adidáctica” (Brousseau, 2004).

En el nivel -2, la situación S-3 ha evolucionado a una situación de referencia S-2, que focaliza el objeto del aprendizaje. El alumno en posición E-2, actúa sobre el medio objetivo M-2, toma decisiones y pone sus conocimientos al servicio de lo solicitado en la consigna, pero no es capaz de explicitar, en

particular sus operaciones cognitivas, puesto que E-2 se encuentra en una situación de acción y actúa en función de una estrategia, a menudo, no nombrada (Brousseau y Centeno, 1991; Margolinas, 1995).

En el nivel -1, la posición del alumno es E-1. Él se encuentra frente a situaciones de formulación y de prueba que caracterizan a la situación de aprendizaje S-1, produciendo relaciones reflexivas en sus interacciones con el medio de referencia M-1.

Brousseau y Centeno (1991), plantean que, “E-1 aprende de su acción y mientras está en esta posición es responsable de su aprendizaje, lo que se materializa en las decisiones que toma, en relación al conocimiento” (p. 194). Estas decisiones no dependen de la intervención del profesor.

En la situación de aprendizaje S-1, el alumno en posición E-1 discute sus hallazgos con sus pares, reutilizando los resultados que ha obtenido en posición E-2 y también las condiciones del medio objetivo.

En este nivel el profesor en posición P-1, interactúa con su medio, compuesto por la interacción del alumno y el medio de referencia M-1. Las intervenciones que P-1 realiza en este nivel son las devoluciones. En posición E-1, el alumno focaliza acciones de E-2 (el mismo si se presenta la ocasión), por ejemplo, para comunicar informaciones sobre la acción o bien para debatir su pertinencia.

FASE DIDÁCTICA

La situación del nivel cero, S0, es la de enseñanza. S0 corresponde a la interacción del medio de aprendizaje M0, el estudiante y el profesor en posiciones E0 y P0 respectivamente. Esta situación S0 es de institucionalización y M0 es el medio de aprendizaje, que se compone de los resultados que los estudiantes y eventualmente el profesor, produjeron en los niveles anteriores. E0 consolida su aprendizaje o lo modifica y P0 institucionaliza, es decir, enseña.

FASE SOBREDIDÁCTICA

Esta fase caracteriza las interacciones del profesor con los medios para preparar la enseñanza. Esta fase se compone de los niveles, +1, +2 y +3.

El tercer nivel +3 es ideológico y se denomina noosférico, el segundo nivel +2 es el pre diseño de la enseñanza y se denomina construcción y el primer nivel +1 es el de la preparación del escenario de la clase, en el cual P+1 precisará la situación de aprendizaje, representada por S+1.

En la planificación de la enseñanza, el profesor adopta distintas posiciones. En el nivel N+3, “el profesor interpreta el conocimiento a enseñar a partir del currículo y de su propio conocimiento matemático” (Mangiante-Orsola *et al.*, 2018, pp. 150-151). La situación noosférica S+3 corresponde a una concepción del profesor sobre cómo aprenden matemática los alumnos, al respecto: “faire des mathématiques, ce n’est pas appliquer des règles”, “les élèves doivent s’exprimer et comprendre”, (Margolinas, 1995; Margolinas y Steinbring, 1993, p. 254) y también a una relación entre el profesor y algunos agentes de la noosfera, por ejemplo el currículo escolar o un profesor didacta. En concreto, estas son relaciones del profesor con la noosfera.

El medio de construcción M+3 corresponde a los objetos de enseñanza, sus proposiciones o propiedades matemáticas que el profesor va a enseñar.

El medio M+3 del profesor ha evolucionado y ahora en el nivel +2, la situación de construcción, $S+2 = M+3$, consiste en determinar la mejor actividad para que los estudiantes encuentren significado a los saberes y a las propiedades que intenta enseñar. En posición P+2, diseña o selecciona situaciones de enseñanza y debe construir una estrategia didáctica para gestionar su clase.

Mangiante-Orsola *et al.* (2018) plantean que:

El profesor construye o elige un medio (expresado en la forma de un juego) tal que el conocimiento generado por los estudiantes para ganar sea el conocimiento que ellos deben aprender y además, el conocimiento previo de los estudiantes pueda ayudarlos a jugar el juego e interpretar la retroalimentación del medio. (p. 150)

El medio de proyecto M+2, , corresponde a los conocimientos que el profesor tiene sobre la manera de implementar su estrategia de enseñanza; también corresponde a situaciones que P+2 conoce sobre los aprendizajes que intenta lograr en sus estudiantes.

Las interacciones de P+2 con el medio M+2 llevan al profesor a identificar metas de aprendizaje que le permiten concebir o seleccionar una situación de aprendizaje.

En el nivel +1, la posición del profesor es P+1, donde define una situación de proyecto S+1 y prepara el escenario de la clase, lo que significa precisar sus metas de aprendizaje y objetivos, los medios y tiempos didácticos de cada fase, si las tiene, y el contrato didáctico. También, prevé posibles respuestas de los estudiantes, anticipándose a las dificultades que puedan encontrar, para considerar algunas acciones en el proceso de devolución (Brousseau, 2004).

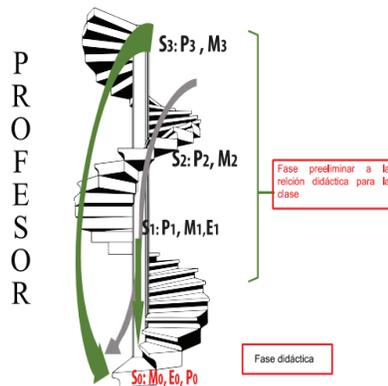
La situación S+1, de proyecto corresponde a una situación que se relaciona con los aprendizajes a lograr. Aquí $S+1 = M+2$.

En M+1 el profesor interactúa con medios para planificar la enseñanza. Estos se componen de las reacciones e interacciones de los alumnos que ha observado en clases anteriores, o bien en aquellas que considera similares (o de las que tiene conocimiento por sus pares, por investigaciones u otras fuentes).

El análisis de estas interacciones se inicia en el nivel +3 y evoluciona, considerando la flecha roja en forma descendente, en la matriz de la figura 1, hacia la situación didáctica, en el nivel 0.

ROL DEL PROFESOR PARA UNA RELACIÓN DIDÁCTICA

Anexamos el siguiente esquema para representar la actividad del profesor previa a la clase:



Fuente: Méndez (2019)

En él se indican los distintos niveles de actividad del profesor. La flecha verde curva, de la izquierda, representa la actividad de planificación de la enseñanza (la que es descendente), desde lo macro –representado por la noosfera– a lo micro caracterizado por la posición del profesor enseñando, en la fase didáctica. Con la línea gris curva se concibe que la reflexión para la enseñanza no es un proceso lineal, de hecho, el profesor puede subir y bajar por los niveles para definir la situación y la estrategia óptima al tipo de estudiante y al nivel del curso. La flecha verde, vertical, representa el pasaje de la fase sobredidáctica a la fase didáctica.

METODOLOGÍA

La metodología de investigación es cualitativa, corresponde a un estudio de caso, que propone describir la actividad del profesor en su reflexión para la planificación de la enseñanza de un objeto de la geometría y analizar las posiciones, en el modelo EMD, que este asume a partir de sus decisiones.

El caso corresponde a dos profesores de matemáticas de un liceo municipal de Santiago-Chile, quienes aceptaron una invitación para participar en un proyecto de vinculación entre la universidad y la escuela, PMI-EXB/PNII/09/2018.

El profesor, denominado P_A de ahora en adelante, es profesor de matemática, titulado en la Universidad Mayor el año 2015; al momento de participar en el proyecto tenía 7 años de experiencia y se encontraba realizando un reemplazo, asumiendo 30 horas pedagógicas semanales.

El profesor, denominado P_B, se tituló como profesor de matemática en la Universidad de Concepción el año 1988; tiene más de 30 años de experiencia profesional y al momento de participar en el proyecto tenía una carga horaria semanal de 44 horas. Además, estaba encargado de coordinar la preparación de estudiantes para participar en la Olimpiada Nacional de Matemática, que organiza la Sociedad de Matemática de Chile (SOMACHI).

Para analizar las respuestas de los profesores y determinar la posición en que se ubican al planificar la enseñanza, sintetizamos los aspectos teóricos en la tabla 1.

Tabla 1. Posiciones que adopta un profesor al planificar la enseñanza

Posición	Descripción	Ejemplos
P+3	En esta posición P+3 revisa las orientaciones emanadas del saber oficial para planificar la enseñanza; su concepción ideológica debería ser coherente con el modelo constructivista del currículo. Reflexiona sobre la complejidad de la tríada didáctica, del sistema educativo y su práctica pedagógica y didáctica.	El profesor, considera que los estudiantes deben: -Realizar una verdadera actividad matemática. -Expresar sus concepciones y resultados, comprender el significado de las nociones que aprenden. -Cuestionar las reglas con las que resuelven ejercicios y no solo aceptarlas y aplicarlas.
P+2	El profesor, reflexiona a fin de seleccionar o diseñar situaciones de enseñanza y una estrategia didáctica en coherencia con sus metas de aprendizajes, con su concepción sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática y lo que propone el currículo escolar.	El profesor analiza y evalúa si determinada actividad tiene el nivel adecuado de dificultad para sus estudiantes o si resulta lo suficientemente interesante para los fines de la enseñanza.
P+1	El profesor ha definido la situación de enseñanza, sus metas de aprendizaje, medios y tiempos didácticos. Se anticipa a las respuestas de los alumnos y a las posibles dificultades que los estudiantes puedan encontrar en el curso de la enseñanza.	El profesor prevé o se anticipa de manera activa a la forma en que los estudiantes pudieran abordar matemáticamente las tareas en las que estarán trabajando.

En este estudio, consideramos un diseño de investigación en 3 etapas; la primera fue una actividad de planificación de la enseñanza de dos objetivos de aprendizaje (O.A.), uno de séptimo y otro de octavo básico, realizada por los profesores individualmente y por escrito, durante la primera reunión de trabajo del citado proyecto PMI.

Cada profesor eligió un O.A. y dispuso de alrededor de 25 minutos, sin contar con textos de apoyo o recursos informáticos, para realizar un borrador de su planificación y posteriormente, durante 10 minutos, compartieron lo realizado, pero no hubo oportunidad de profundizar en ello.

Una vez que el equipo de investigación revisó las planificaciones, surgió la necesidad de contactar a los profesores para profundizar en sus propuestas didácticas.

La segunda etapa corresponde a una entrevista semiestructurada, grabada y transcrita, que fue realizada a cada profesor por separado y que surgió de la

necesidad de precisar de mejor manera las decisiones y reflexiones que ellos realizaron al planificar; las preguntas de la entrevista aparecerán a medida que analicemos el discurso de los profesores.

La tercera etapa corresponde al análisis de las respuestas recogidas.

ACTIVIDAD DE PLANIFICACIÓN PROPUESTA

La situación planteada es la siguiente: Usted es profesor de 7° (u 8°) básico y le corresponde planificar la enseñanza de la construcción de la bisectriz en 7° básico (o la enseñanza del vector en 8° básico). Especifique cuántas clases de 45 minutos dedicaría a este tema y realice el o los planes de clase(s) respectivos.

La construcción de la bisectriz se inscribe en el Aprendizaje Esperado: “Construir rectas perpendiculares, paralelas y bisectrices de ángulos, usando instrumentos manuales o procesadores geométricos”, programa 7° básico (2011, p. 50). El programa de curso plantea que los alumnos “Bisecan ángulos que se forman entre rectas oblicuas, utilizando regla y compás” (MINEDUC, 2011, p. 50).

El segundo objetivo de enseñanza, se inscribe en el Aprendizaje Esperado: “Caracterizar transformaciones isométricas de figuras planas y reconocerlas en diversas situaciones y contextos”, programa 8° básico (MINEDUC, 2011, p. 46). El programa de curso plantea que los alumnos enuncien características de los vectores en el plano, los reconozcan en contextos diversos y además caractericen las traslaciones en el plano.

En relación a lo anterior, el propósito de esta actividad, fue identificar las concepciones de los profesores sobre la planificación de la enseñanza, el lenguaje que utilizaron, las decisiones que tomaron, si consideraron los aprendizajes previos de los alumnos y los niveles y posiciones por los que transitaron, de acuerdo al Modelo de Estructuración del Medio.

Las decisiones de los profesores quedaron registradas en hojas de trabajo; a este material le llamaremos en lo sucesivo textualidades.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para analizar los aspectos de interés construimos dos tablas:

Textualidades, código de identificación del profesor	
<i>Imagen de la planificación escrita</i>	<i>Transcripción de la planificación escrita</i>
<i>Entrevista</i>	<i>Análisis didáctico</i>

En la primera fila de la tabla se identifica al profesor objeto del estudio; la segunda fila contiene la imagen de la planificación escrita y a continuación la transcripción de las textualidades, en la tercera fila en adelante, se transcribe la entrevista y se analizan las textualidades y las respuestas del profesor, considerando las nociones del modelo de Estructuración del Medio. Se han codificado las respuestas y el discurso de cada profesor como "P_A" y "P_B"; el código "I" representa las intervenciones de los/las investigadoras durante las entrevistas. Las respuestas de los profesores están numeradas con números arábigos.

ENTREVISTA AL PROFESOR A

En la actividad propuesta, el profesor P_A planificó el aprendizaje de la "Construcción de ángulos y simetrales", con 2 clases de 90 minutos, para desarrollarlo. Para este artículo hemos considerado analizar la parte del objetivo de aprendizaje referente a la construcción de ángulos.

Tabla 2. Decisiones y reflexiones de P_A al planificar la enseñanza de la Construcción de ángulos en 7° básico

Textualidades profesor P_A	
Descripción de la imagen: La imagen contiene los momentos de la clase 1, inicio, desarrollo y cierre y el tiempo didáctico de cada uno de ellos	
<p> Tem: Dos clases de 90' Clase 1: Construcción de ángulos. Inicio: Reactivación de conocimientos (15') - Sistema de medición de ángulos... Desarrollo: * Modelar procedimientos para construcción de ángulos. - (Regla y compás para pizarra o procesador geométrico) (25') * Trabajo personal. Se entregan ejercicios para que los estudiantes los desarrollen. (35') Cierre: Revisión del trabajo (15') </p>	<p> En el Inicio menciona dos actividades: - Activación de conocimientos y - Sistema de medida de ángulos. El tiempo didáctico es de 15 minutos. </p> <p> Para el Desarrollo plantea dos actividades: - Modelar procedimientos para la construcción de ángulos, con regla y compás para pizarra o procesador geométrico. El tiempo didáctico es de 25 minutos. - Trabajo personal. Se entregan ejercicios para que los estudiantes los desarrollen. El tiempo didáctico es de 35 minutos. </p> <p> En el cierre de la clase, la actividad consiste en revisar el trabajo de los alumnos. El tiempo didáctico es de 15 minutos. </p>

Entrevista	Análisis didáctico
<p>Pregunta 1. I: En la planificación, identificaste 3 momentos de la clase, con sus actividades. En el Inicio propones: reactivación de conocimientos (15 minutos) y Sistema de medida de ángulos, explícanos ¿cómo harías el inicio de esta clase?</p> <p>Respuesta 1. P_A: En la reactivación de conocimientos, les mostraría cómo se miden los ángulos, qué significa que un ángulo tenga cierta medida, ... En qué se basa el sistema de medición de ángulos, mostrarles qué significa una fracción de la circunferencia</p>	<p>La respuesta evidencia un modelo de enseñanza tradicional, lo que se manifiesta en la expresión "les mostraría ...". Esto podría significar que, en sus relaciones con la noósfera, P_A en posición P+3, requiere robustecer su comprensión sobre las tendencias actuales de la enseñanza, pues su estrategia didáctica es poco coherente con el enfoque de la propuesta constructivista de las bases curriculares.</p> <p>El medio M+3 corresponde al conocimiento que P_A tiene acerca de cómo medir ángulos y su significado respecto de esta medida.</p> <p>En posición P+2, la estrategia de enseñanza que P_A declara, es tradicional: mostrar a los alumnos "cómo se miden los ángulos y lo que significa que un ángulo tenga cierta medida", al respecto P_A no explicita la manera en que enseñará la medición de ángulos.</p> <p>P_A también se refiere al sistema de medida angular, como una fracción de la circunferencia, sin precisar el significado comparativo que tiene la medida ni cuál es la unidad de comparación angular.</p> <p>Sobre este último aspecto, hemos constatado, en los programas de estudio de educación básica, que el sistema de medida angular no forma parte de los objetos de enseñanza de 7° básico y que el grado sexagesimal aparece por primera vez en 4° básico, a raíz de la utilización del transportador para construir ángulos y compararlos. Además, el tiempo para realizar el inicio, podría exceder al tiempo didáctico programado para este momento de la clase.</p>

Pregunta 2. I: En el desarrollo de la clase, tu planteaste, "modelar procedimientos para construir ángulos". Nos preguntamos: ¿Qué significa para ti modelar? ¿Cómo se modela ese procedimiento?

Respuesta 2. P_A: Básicamente la idea es mostrar un problema ... construir un ángulo de 35° ... con regla y compás para pizarra, o procesador geométrico, trabajando con Geogebra y data, ir mostrando cómo hacer el ángulo y medirlo. Entonces después, cómo con los elementos que voy a tener (instrumentos geométricos) puedo construir un ángulo de una medida dada.

Para P_A la situación de construcción S+2 correspondería a mostrar la construcción del ángulo de 35° y, el medio M+2 corresponde al problema "construir un ángulo de 35° con regla y compás o con software geométrico Geogebra".

La noción de modelar que P_A describe, podría corresponder a una mnemotecnica, un listado de pasos que los estudiantes deberían posteriormente reproducir en sus ejercicios personales.

Esta noción de modelar, no es coherente con lo que el currículo nacional plantea, "modelar consiste en descubrir regularidades o patrones y ser capaz de expresar esas características fluidamente, sea con sus propias palabras o con un lenguaje más formal"; además, la habilidad de modelar fomenta el desarrollo de un "tipo de pensamiento matemático, que permite generalizar inductivamente" (MINEDUC, BBCC, 2016, p. 98).

Por otra parte, nos parece que P_A no ha realizado la mejor elección, ya que para la construcción del ángulo de 35° , podría recurrir a: copiar un ángulo de 35° con regla y compás o trazarlo utilizando transportador, es decir midiendo. Por esta razón consideramos que P_A no establece la diferencia entre la construcción clásica de un ángulo y su trazado utilizando el transportador, herramienta que P_A no ha considerado explícitamente entre los instrumentos de construcción. Al respecto, Débora Ball advierte sobre la importancia de la elección de los ejemplos, al planificar la enseñanza. Para nuestro caso particular, P_A podría haber elegido un ángulo notable (30° , 45° , 60° 90°) cuya construcción se apoya en propiedades de segmentos secundarios del triángulo.

Pregunta 3. I: ¿Qué etapas tendría este procedimiento y cuánto tiempo aproximado involucraría cada una de ellas?

Respuesta 3. P_A: Bueno, la primera etapa para construir un ángulo es elegir uno de los lados del ángulo, que puede ser una recta o un rayo. Elegir el vértice, que podría ser el origen del rayo u otro punto de él. Porque yo podría partir ese ángulo desde la mitad del rayo, o desde un extremo...

Pregunta 4. I: ¿Y es importante la elección del vértice?

Respuesta 4. P_A: Sí, es importante, ... de hecho el vértice es el centro del ángulo, lo que define el ángulo. ... y después el sistema de medición (aquí se refiere a utilizar el transportador para medir) y (para) trazar el rayo que falta.

En las respuestas 3 y 4, P_A, describe su método para construir ángulos, "elegir uno de los lados del ángulo", es decir, un rayo y determinar un punto que será "el vértice, que es el centro del ángulo, lo que define al ángulo". A continuación, P_A justifica, tácitamente la utilización del transportador para determinar un punto del plano que, al unirlo al origen del primer rayo (el vértice) determina el otro rayo de este ángulo.

Este procedimiento claramente se apoya en la medida.

Notar que P_A incurre en una imprecisión, que no corrige, al señalar que el vértice podría generar "... ese ángulo desde la mitad del rayo". Este hecho despierta el interés de estar alertas a las interacciones de los profesores con los objetos de enseñanza y sus propiedades, del medio de construcción M+3.

Pregunta 5. I: En la etapa de desarrollo dices: "Trabajo personal". Se entregan ejercicios para que los alumnos los desarrollen, entonces nos preguntamos ¿Qué tipo de ejercicios plantearías a los alumnos? ¿Podrías dar algunos ejemplos?

Respuesta 5. P_A: Por ejemplo, una persona que quiere levantar una carpa y tiene que poner los tirantes en 45° , ese es un problema entonces entregar un esquema y que los chicos, dado ese esquema vayan eligiendo cuáles son los lados de este ángulo y cuál va a ser el vértice.

En posición P+2 de la construcción del proyecto de enseñanza, P_A plantea, una nueva situación S+2 "poner los tirantes de una carpa en 45° , es un problema", que los alumnos, de 12 y 13 años, podrían resolver. Esta situación puede provenir de una experiencia personal o escolar y se constituye en el medio M+2 del profesor, en esta planificación.

Otros componentes de este medio pueden deberse a reacciones y respuestas de alumnos, que P_A ha podido observar en alguna clase anterior, donde ha utilizado como contexto, colocar los tirantes de una carpa en un ángulo de 45° .

Se aprecia que P_A, en esta posición, reflexiona sobre la manera en que podría gestionar esta situación de modo que contenga un problema claro bien definido para los alumnos, con el esquema de la carpa, los elementos visuales y las tareas en las que el alumno tenga que generar una estrategia para determinar el ángulo de 45° . Sin embargo, se observa que P_A en posición P+1 no precisa las metas de aprendizaje, los medios y los tiempos didácticos, tampoco se anticipa a las posibles respuestas y dificultades que los estudiantes puedan encontrar en el curso de esta enseñanza.

Consideramos que esta situación es más adecuada que la construcción del ángulo de 35° , dado que propone un contexto más relacionado con las experiencias de los estudiantes, en la que ellos podrían construir un ángulo de 45° utilizando diferentes estrategias propias.

Pregunta 6. I: En relación a estos ejercicios ¿Crees que estos permitirían desarrollar habilidades en los estudiantes? ¿Cuáles habilidades?

Respuesta 6. P_A: Primero la habilidad de reconocer los elementos de un ángulo en un esquema.

Segundo, la comprensión lectora que en el fondo es súper importante y lo veo con los alumnos que tengo ahora, que yo les doy un problema y ellos lo único que están buscando es donde está el número para poder sumarlo, restarlo, multiplicarlo o dividirlo, y no tienen la comprensión para decir: "significa esto, entonces va a ir acá". Es un problema que creo que es transversal en matemática, que los niños no se detienen a leer los problemas.

P_A integra algunos de los procesos de la taxonomía de Bloom – Anderson, reconocer y comprender, anticipándose a las dificultades que los alumnos podrían presentar ante la resolución de problemas de la clase de matemática. También enfatiza la actitud mecanicista de los alumnos frente a los datos que plantea un problema, mencionando que los alumnos no analizan la forma en la que se relacionan los datos y, de manera arbitraria, los operan obteniendo resultados que muchas veces no tienen sentido.

Pregunta 7. I: ¿Qué recursos didácticos utilizarías para las actividades que has propuesto?

Respuesta 7. P_A: Usaría regla y compás e idealmente una hoja previamente impresa donde salgan las instrucciones y que tenga el espacio para hacerlo, sería lo ideal y, además, usaría hojas blancas, porque la cuadrícula va a ser un elemento distractor en el que los alumnos se pueden apoyar para hacerlo de una forma, que en el fondo no es la indicada.

Por ejemplo, si yo les pido un ángulo de 45° , a lo mejor el alumno va a decir: "ah, pero si voy de vértice a vértice (en una cuadrícula) hago 45° y no es el objetivo".

P_A prevé recursos didácticos, la regla y el compás, lo que consideramos contradictorio pues anteriormente la construcción se había apoyado en el uso del transportador y, tanto la regla como el compás no serían útiles para resolver el caso práctico de la carpa. También reflexiona sobre la conveniencia de desarrollar la construcción en hoja blanca, respuesta 7, "... pues la hoja cuadrícula podría invisibilizar las propiedades previstas para el aprendizaje esperado".

Estas anticipaciones forman parte del medio M+1 de P_A, en su planificación de la enseñanza.

Pregunta 8. I: ¿Qué información obtienes de los procedimientos que realizan los alumnos, al construir ángulos y de la forma en que los miden?

Respuesta 8. P_A: (Me daría información) Sobre los errores que cometieron, para ver cómo puedo evitar que los vuelvan a cometer. Y sobre mi misma práctica, a lo mejor en qué cosas no puse suficiente énfasis, tal vez asumí que todos los niños sabían que los ángulos se medían a contrarreloj y quizá no era tan obvio para un niño de 11 o 12 años. Ese tipo de cosas, cuando tenga que volver a ver el tema de ángulos decir: “acuérdense que el ángulo se mide contrarreloj” ... pasa que muchas veces el razonamiento del alumno puede estar correcto, por ejemplo, al medir un ángulo en sentido horario, podría estar técnicamente bueno, pero tengo que explicarle que existen convenciones, que el ángulo se mide en sentido anti horario y... entonces valorar lo que el alumno hizo, valorar que por ejemplo pudo haber entendido el concepto de que 35° significa $35/360$ de la circunferencia y, sin embargo, explicar que hay una convención ... que igual eso es súper importante.

P_A identifica errores que los alumnos cometen, párrafo 8, reconociendo y reflexionando que sus decisiones didácticas podrían estar influenciadas por supuestos que generarían dificultades y obstáculos para que los alumnos alcancen los aprendizajes previstos. P_A se encuentra en posición P+1, ya que prevé dificultades y reflexiona acerca de su práctica de la enseñanza.

El medio M+1 de P_A se compone de supuestos, “asumí que todos los niños sabían que los ángulos se medían a contrarreloj y ... no era tan obvio para un niño de 11 o 12 años”, sobre los cuales reflexiona, para mejorar su práctica.

En posición P+3, P_A reflexiona sobre su práctica, “los énfasis que hay que dar a las actividades, a los objetos del aprendizaje”, párrafo 8, evalúa su desempeño, “...asumí que todos los niños sabían que los ángulos se medían a contra reloj ... lo que no era tan obvio” y propone mejoras, “... cuando tenga que volver a ver el tema de ángulos les voy a decir que...”. En esta misma posición P_A plantea la importancia de las convenciones matemáticas, como una característica del rigor de la matemática escolar.

Síntesis de la entrevista a P_A

En el nivel +3, P_A describe su planificación considerando los momentos de la clase: inicio y desarrollo, en coherencia con aspectos formales del currículo. A partir de sus respuestas, se advierte que en ambos momentos, P_A tiene una concepción tradicional de la enseñanza, lo que podría significar que sus relaciones con la noosfera no han sido suficientes para modificar en la práctica su convicción de que el aprendizaje se logra por un mecanismo de comunicación propia de la enseñanza tradicional; así, para P_A la situación S+3 es lo que se va a comunicar y las componentes del medio M+3 son: el emisor (profesor), el mensaje y el receptor (el alumno).

En el nivel +2, P_A describe situaciones S+2, provistas de instrucciones, cuyos medios no son antagonicos y es el mismo profesor quien realizaría la construcción de ángulos con base en un listado de pasos. De acuerdo a lo planteado por

Ratsimba-Rajohn (1977), esta construcción consistiría en instrucciones ostensivas, “el enseñante da todos los elementos y relaciones constitutivos de la noción visualizada” y además precisa: “la relación del sujeto y del objeto nuevo está instituida solamente a nivel de representación del objeto presuponiéndola independientemente del sujeto” (Martínez y Porras, 1998). Además, son actividades incompletas que P_A ha generado, en el marco de un ejercicio de planificación.

En el nivel +1, P_A prevé comportamientos generales de acción de los alumnos, pero en el análisis didáctico de su planificación no se observa que se anticipe a las dificultades que los estudiantes puedan encontrar al reproducir la construcción de los ángulos de la situación planteada. En este sentido, la preparación del escenario de la clase no considera la previsión de las interacciones de los estudiantes.

Al final de la entrevista P_A reflexiona, criticando su propia acción (Perrenoud, 2011), y analizándola en relación a algunas decisiones en su práctica de enseñanza que estuvieron influenciadas por sus suposiciones, las cuales produjeron obstáculos y dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes; P_A proyecta su acción pedagógica futura señalando que considerará estas reflexiones cuando tenga que enseñar nuevamente este mismo tema.

ENTREVISTA AL PROFESOR B

El profesor P_B consideró como objetivo de aprendizaje: caracterizar vectores en el plano, reconocerlos en contextos diversos y caracterizar sus traslaciones en el plano; para este artículo se analiza la parte del objetivo “caracterizar vectores en el plano”. El profesor P_B señala que planificaría 3 clases de 45 minutos para que los alumnos “Enuncien características de los vectores en el plano”.

Las decisiones y reflexiones se han consignado en la tabla 3.

Tabla 3. Decisiones y reflexiones de P_B al planificar la enseñanza del vector

Textualidades, profesor P_B

Descripción de la imagen:

El borrador de planificación contiene; el objetivo de la clase, su desarrollo y el tiempo didáctico.

Planificación

P_B

Objetivo:
Caracterizan vectores en el plano.

1ra clase 45' **Primera Decisión**

Se define un vector. origen = inicio del vector, módulo = tamaño, dirección y sentido del vector, representación gráfica

ejemplo

a) Vector con dirección este-este y sentido este

módulo o tamaño del vector = 3u

b) Vector con dirección sur-norte sentido norte

módulo o tamaño del vector = 4 unidades

2º clase operaciones con vectores
suma, resta, ponderación

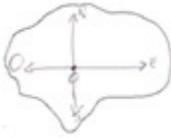
3ra clase inclinación vector (↗)

P_B plantea el objetivo “Caracterizar vectores en el plano”.

En el desarrollo de la clase se aprecia que P_B pretende dar la definición de vector, pero solo escribe los elementos que lo caracterizan, describiendo verbalmente el módulo y el origen, y gráficamente el sentido y la dirección, para luego mostrar 2 ejemplos, a) y b), en los que se destaca la representación gráfica de los elementos de un vector.

Además, se aprecia que pretende planificar otras 2 clases; la primera, sobre operaciones con vectores y la segunda, acerca de la inclinación de un vector.

Entrevista	Análisis didáctico.
<p>Pregunta 1. I: ¿Por qué elegiste ese orden al momento de planificar estas clases?</p> <p>Respuesta 1. P_B: Me parece más lógico partir definiendo lo que es un vector y luego indicar los elementos dirección y sentido. Por ejemplo, orientación geográfica para profundizar en el sentido derecha-Este, izquierda-Oeste. La dirección vertical es un sentido arriba-Norte, abajo-Sur.</p>	<p>P_B plantea una postura tradicional frente a la enseñanza del vector, pues para él, "lo lógico es definir vector e indicar sus elementos" sin que los alumnos construyan la noción, a partir de una situación que contenga elementos suficientes para que los alumnos descubran o redescubran al vector y sus elementos. Esto muestra que, en su relación con la noosfera, en posición P+3, su práctica ha sido débilmente influenciada por el modelo constructivista, que las actuales tendencias de la enseñanza de la matemática y las orientaciones curriculares promueven.</p> <p>El medio M+3 corresponde al orden que P_B establece al planificar su enseñanza: definir el concepto y luego identificar sus elementos, lo que también corresponde a una estrategia tradicional de enseñanza.</p>
<p>Pregunta 2. I: ¿Cuál sería la definición de vector que le darías a los alumnos?</p> <p>Respuesta 2. P_B: Parto definiendo, en lenguaje coloquial, un vector como una flecha o una recta o un rayo. En lenguaje coloquial es una flecha después en lenguaje matemático es un rayo, un segmento orientado donde el origen es la partida y el punto final donde está la flecha es el término del vector y le da el sentido al vector ..., y el tamaño lo defino después.</p>	<p>Su concepción de vector corresponde a una representación geométrica, se aprecia ausencia de otras representaciones, por ejemplo como par ordenado y de tipo algebraico, que necesitará para el estudio de las traslaciones.</p>



Pregunta 3. I: ¿Este dibujo qué representa en tu planificación?

Respuesta 3. P_B: Dibujo eso para explicar los elementos del vector, el origen, la dirección horizontal... con un sentido hacia la derecha que sería el Este y a la izquierda el Oeste. ... o sea aplicando un poco la lógica que deben tener los alumnos en ese sentido.

Párrafo 1. También utilizo situaciones prácticas, reales como la rosa de los vientos, ya que lo que estamos definiendo está en la vida real. Lo que me gusta usar mucho con los niños son cosas que aparecen en televisión.

Párrafo 2. El vector de la influenza, la propagación de la influenza mediante un vector ...una persona que se contagió es normal que lo propague ... tiene una aplicación en lo real...

Párrafo 3. Otra aplicación con lo real son los viajes de los alumnos de la casa al colegio,... por ejemplo, un alumno viaja en metro desde La Cisterna hasta Los Héroes y, desde ahí, hasta República.

La textualidad "Yo dibujo eso para explicar los elementos de un vector: origen, dirección y sentido ...", da cuenta de parte de su estrategia de enseñanza, la que es tradicional.

Análisis párrafo 1: En posición P+2, P_B considera algunas aplicaciones a las que llama reales, las que permitirían al profesor ejemplificar y a los estudiantes, supuestamente, reconocer en la vida cotidiana, la noción de vector (párrafos 1 y 2). En esta posición, el o los medios M+2 corresponden a los ejemplos y representaciones que tiene pensado formular.

Con relación al contexto de vector que P_B considera de los medios de comunicación, advertimos que el significado que se da al término vector, podría ser diferente del significado escolar que se pretende que los estudiantes adquieran en este nivel.

Análisis párrafo 2: Así, el vector de propagación de la influenza es la persona que contagia, pero en la matemática escolar el vector es un ente geométrico-algebraico que permite explicar la traslación o el desplazamiento de una figura en el plano. Entonces estos diferentes significados, cotidianos de vector, en vez de ayudar a la comprensión, podrían dificultarla, generando, tal vez, un obstáculo didáctico. Por otra parte, los elementos del medio M+2: el dibujo geométrico de vector y sus elementos, no se aprecian lo suficientemente articulados para diseñar una situación de enseñanza S+1, que ayude a los alumnos a construir la noción de vector y, por lo tanto, P_B no puede prever cómo los alumnos podrían identificar el origen, la dirección y el sentido del vector desplazamiento, sin que exista una intervención ostensiva de su parte.

Análisis párrafo 3: P_B propone una situación de contexto realista, en la que los alumnos podrían construir un bosquejo o ruta que describa el desplazamiento por la ciudad, involucrando los elementos del vector, mas, el profesor no aprovecha esta oportunidad para que los alumnos se puedan aproximar a caracterizar al vector como un ente que desplaza o traslada objetos y reconocer sus características.

Pregunta 4. I: ¿Qué relevancia, para la enseñanza, le asigna a la representación gráfica del vector? Y ¿por qué?

Respuesta 4. P_B: Lo encuentro súper importante, porque lo gráfico me permite concretar situaciones un tanto abstractas, ... y además, ver cómo se da en la vida real, ... por ejemplo, en Chile, con el cuidado de la frontera ... no permite que ingrese el vector que propaga la enfermedad de la mosca de la fruta.

P_B describe la importancia que le atribuye a la representación gráfica, pero no reflexiona en específico sobre la manera en que los estudiantes reaccionarán ante estas representaciones. Tampoco reflexiona sobre la facilidad, dificultad o confusión que han tenido los estudiantes cuando P_B las ha utilizado en lecciones pasadas. Notar, que el ejemplo presentado, no concuerda con la noción matemática, pues el llamado vector de propagación (la mosca de la fruta) no se comporta como un vector con dirección, sentido y magnitud.

Pregunta 5. I: ¿Esos ejemplos, se los das a los estudiantes?

Respuesta 5. P_B: Claro, como conversación o sea inclusive trato de llevarlo al aspecto histórico. Es como un cuento.

En posición P+2, P_B se proyecta enseñando y, en la gestión de su práctica, los ejemplos verbales de contexto se presentan como anécdotas, que P_B utilizaría para mostrar la aplicación de este concepto, mas no corresponden a un medio M+2 para el diseño de situaciones que involucren al alumno(a) a tomar conciencia que su desplazamiento por la ciudad puede ser descrito a través de los elementos de un vector, como lo planteado en el párrafo 6.

Pregunta 6. I: ¿De qué manera las actividades que tú planificaste se relacionan con lo propuesto en las bases curriculares y en los programas de estudio?

Respuesta 6. P_B: Está relacionado como concepto, ... y que uno lo profundiza más interdisciplinariamente, yo diría como ubicando el currículum dentro de los valores transversales, porque estamos viendo cuestiones valóricas también, como en el caso de la influenza, viendo valores transversales, ... asociándolos un poco en forma constructivista en el ámbito de aplicación y a la idea de que la matemática la estamos redescubriendo, asociando conceptos, modelos que están, ya que son de la vida real.

En posición P+3, P_A concibe la planificación de la enseñanza desde el contenido y desde lo valórico, como lo señalan las orientaciones curriculares actuales y, en esta misma posición, declara un posicionamiento epistémico "constructivista" porque relaciona distintas aplicaciones y anécdotas al concepto de vector. Sin embargo, la construcción de conocimiento tiene distintas vertientes, entre ellas, la psicología genética de Piaget, la plantea como "... una organización constante de lo que conocemos, una asimilación o una interpretación y una integración de los objetos a la estructura anterior del conocimiento del sujeto".

Y en el ámbito de la enseñanza, el rol del profesor es "buscar métodos apropiados para que el estudiante sea capaz de desarrollar su inteligencia construyendo los conocimientos que necesita para su formación" (Saldarriaga *et al*, 2016, p. 136).

SÍNTESIS DE LA ENTREVISTA A P_B

En el nivel +3, se advierte que P_B concibe y planifica que los estudiantes memoricen la definición de vector y sus elementos lo que permitiría interpretar que los estudiantes no tendrían necesidad de expresar lo que entienden por vector.

Con relación a las decisiones didácticas tomadas por P_B, se aprecia que no concuerdan con las situaciones S+3 que considera el modelo de EMD. Esto también da cuenta de que las interacciones que ha mantenido con la noosfera, han sido insuficientes para que considere actividades matemáticas donde los estudiantes en forma autónoma caractericen al vector, para utilizarlo en la traslación de figuras en el plano y además deduzcan los vectores de traslación, que relacionan dos figuras, como sugiere el programa de estudio.

En el nivel +2, P_B en posición P+2, describe actividades de enseñanza, pero no concreta el diseño o elección de una situación, concebida como un medio antagónico o expresada en la forma de juego didáctico. En este caso P_B interactúa con un medio, que Fregona y Orus (2011) han denominado complaciente, porque proporciona de manera implícita o explícita pistas y conocimientos que el estudiante debería encontrar en el curso de su aprendizaje. Es decir, desvirtúa el objetivo del aprendizaje. Las interacciones de P_B con este medio no corresponden a las interacciones que caracterizan al medio de proyecto M+2 del modelo de la EMD y esto implicará que P_B no logre identificar metas de aprendizaje que le permitan concebir o seleccionar una situación que brinde a los estudiantes experiencias para interactuar con un medio desafiante, en relación a la funcionalidad del vector.

En posición P+1, el profesor P_B define la situación de enseñanza, sus metas de aprendizaje, medios y tiempos didácticos pero no se observa que anticipe las posibles respuestas de los estudiantes ni las dificultades que puedan encontrar en el curso de la enseñanza.

En ausencia de la situación de proyecto S+1 y sus implicancias sobre el análisis a priori de ésta, el medio M+1 que P_B plantea, no cumple la función de ser antagónico y por lo tanto P_B no concibe a este medio como un desafío para que sus estudiantes trasladen figuras en el plano.

Cabe destacar que como investigador/as estamos conscientes de que el tiempo de planificación de ambos profesores fue limitado y esto podría haber influido en las posiciones de la fase sobredidáctica, identificadas en sus respuestas. Durante la entrevista, las preguntas que guiaron la conversación, y que surgieron a raíz de la planificación del profesor, permitieron ampliar las

decisiones didácticas tomadas por P_B, al momento de planificar, pero sin poder precisar el nivel +1 en la preparación de la enseñanza.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Según los resultados encontrados, observamos en posición P+3, los profesores presentan concepciones tradicionales sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Las cuales les hacen concebir situaciones S+3 cuyos medios no son antagónicos y los conducen a practicar un modelo de transmisión de conocimiento que dificulta el protagonismo del estudiante al desarrollar una actividad matemática.

En posición P+2 los profesores utilizan estrategias didácticas en concordancia con su convicción ideológica, desarrollando a partir de diferentes instrucciones ostensivas, la actividad que el estudiante debería resolver. Bajo estas estrategias, las situaciones propuestas por P_A y P_B, carecen de tareas que podrían desafiar a los estudiantes a producir sus propias acciones y dar significado a sus observaciones y resultados encontrados.

Uno de los profesores justifica sus acciones didácticas en relación a las características del enfoque constructivista del aprendizaje, sin embargo, su concepción sobre esta perspectiva dista de los supuestos de este enfoque, donde les plantea a los profesores no enseñar en el sentido tradicional, como se ha constatado en este estudio, sino más bien que los profesores estructuren situaciones en las que los estudiantes participen de manera activa con el contenido a través de interacciones con medios materiales - cognitivos y de la interacción entre pares y también con el profesor.

En posición P+1, se concluye que los profesores no realizan una reflexión crítica, en el sentido de Schön, de Perrenoud ni del modelo de EMD, sobre diversas componentes que deberían considerar en su planificación, un ejemplo de ello es que no se anticipan a predecir los comportamientos y acciones de los estudiantes, frente a las situaciones planificadas, ni las dificultades que ellos pudieran tener ante la complejidad de las nociones que enseñan, ni la evolución del sistema de acciones didácticas, lo que implicaría una debilidad en la reflexión para la acción.

Por lo tanto, se concluye que los profesores no pueden prever la evolución de la situación ni la de sus medios.

Con relación a las preguntas de investigación, lo que caracteriza a las reflexiones realizadas por ambos profesores son descripciones de sus acciones

didácticas, las que no incorporan algún cuestionamiento crítico sobre su propia acción, ni un análisis que considere estándares y teorías para contrastarlas con su práctica.

En definitiva, las ideas planteadas por estos profesores distan del “práctico reflexivo” que describe Schön (1983), aquel profesional que “reflexiona sobre las comprensiones implícitas en la propia acción, que las hace explícitas, las critica, reestructura y aplica en la acción futura”.

Los aspectos sobre los cuales los profesores reflexionan al planificar estas clases se centran en describir el contenido a enseñar, sin relacionarlo con las habilidades curriculares ni de pensamiento geométrico a desarrollar, lo que muestra una clara inconsistencia entre la planificación descrita por ambos con la propuesta constructivista del currículo escolar.

Esta experiencia nos brindó la oportunidad de explorar en los procesos de toma de decisión generados por los profesores, al planificar la enseñanza y valoramos todo intento de ellos por reflexionar acerca de sus acciones para la enseñanza. También nos brindó la posibilidad de programar acciones con los docentes que lograron provocar la necesidad de generar procesos de reflexión didáctica, para que tomarán conciencia de sus debilidades (matemáticas, pedagógicas y didácticas) y pudieran enriquecer su práctica, considerando los cánones de las investigaciones en educación matemática y los actuales currículos de enseñanza. También destacamos que estas acciones influyeron positivamente en la actitud reflexiva de los profesores, quienes posteriormente describieron y reflexionaron acerca de sus interacciones didácticas sobre la implementación del currículo.

Como punto final, valorar la doble perspectiva que presenta el estudio de esta problemática, la articulación entre marcos teóricos con fines comunes, el modelo de estructuración del medio (EMD) de la TSD y el enfoque de la reflexión crítica sobre la práctica pedagógica, permitieron enriquecer los análisis y reflexiones finales de los resultados recogidos.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido posible gracias al Proyecto PMI-EXB/PNII/09/2017: La reflexión didáctica, un proceso favorecedor de comunidades de aprendizaje y centro de la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría escolar de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.

REFERENCIAS

- Breda, A., Font, V., y Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, 32(60), 255-278. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
- Brousseau, G. (1988). El contrato didáctico: el medio. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 9(3), 303 – 336.
- Brousseau, G. y Centeno, J. (1991), Role de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en Didactique des mathématiques*. 11(2-3).
- Brousseau, G. (1986). La relation didactique: le milieu. *4e École d'été de didactique des mathématiques*, 54-68. IREM de Paris 7.
- Brousseau, G. (2004). *Théorie des situations didactiques*. La Pensé Sauvage éditiores.
- Cuellar, J. y Jiménez J. (2019). *Desarrollo del proceso de definir con geometría dinámica: una reflexión desde nuestro rol como docentes*. Trabajo de grado para optar al Magister en Docencia de la Matemática. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Paidós Ibérica.
- Elliot, J. (2005). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Ediciones Morata, S. L. 4ª edición.
- Espinoza, R. y Ríos, S. (2017). El diario de campo como instrumento para lograr una práctica reflexiva. XIV Congreso Nacional de Investigación Educativa, San Luis Potosí.
- Fregona, D. y Orus, P. (2011). *La noción de medio en la Teoría de Situaciones Didácticas*. Zorzal.
- Giménez, J., Font, V. y Vanegas, Y. (2013). Designing Professional Tasks for Didactical Analysis as a research process. En C. Margolinas (Ed.). *Task Design in Mathematics Education* (pp. 579-588). Proceedings of the International Commission on Mathematical Instruction Study 22, <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.2660.4243>

- Gobierno de Chile-MINEDUC. (2011). Programa de estudio 7º Básico, Santiago de Chile, MINEDUC.
- Gobierno de Chile-MINEDUC. (2011). Programa de estudio 8º Básico, Santiago de Chile, MINEDUC.
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Hart, L., Alston, A. y Murata, A. (2011). *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education*. 1. ed. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-9941-9>
- Hummes, V., Font, V. y Breda, A. (2019). Uso combinado del estudio de clases la idoneidad didáctica para el desarrollo de la reflexión sobre la propia práctica en la formación de profesores de matemáticas. *Acta Scientiae*. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss1id4968>
- Mangiante-Orsola, C., Perrin-Glorian, M. y Stromskag, H. (2018). Theory of didactical situations as a tool to understand and develop mathematics teaching practices. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, Special Issue English-French, 145-174. [ffhal-03522594f](https://doi.org/10.1007/978-90-481-9941-9)
- Margolinas, C. y Steinbring, H. (1993). Double analyse d'un episode: cercle épistémologique et structuration du milieu. En *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud, M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavinot & N. Balacheff (Ed.) (1994) pp. 250-258.
- Margolinas, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. *Les débats de didactique des mathématiques*, La pensée sauvage editions, 89-102.
- Margolinas, C. (2002). *Situations, milieux, connaissances : analiza de l'activité du professeur*. J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot y R. Floris. Actes de la 11ª École d'été de Didactique des Mathématiques, La pensée sauvage, 141-156.
- Martínez, R. y Porras, M. (1998). La presentación ostensiva de las nociones geométricas en los textos de la escuela elemental. *Educación Matemática*. 1(3), 8-24.
- Méndez, T. (2019). *Nociones Intuitivas de Probabilidad en Educación Básica: estudio Psicogenético en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas*. Tesis doctoral. Universidad de los Lagos, Chile.
- Ministerio de Educación (2016). Bases Curriculares 7º básico a 2º medio, Ministerio de Educación 2015. Unidad de Currículum y Evaluación Ministerio de Educación, Primera edición. Santiago de Chile.
- Ortiz, M. (2021). Pensamiento reflexivo en la formación práctica de los maestros. *Revista boletín REDIPE*. 10(4), 42-59. <https://doi.org/10.36260/rbr.v10i4.1248>

- Parada, S. y Pluvinage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(1), 83-113. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1714>.
- Perrenoud, P. (2011). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar*. Edit. Grao.
- Pochulu, M., Font, V., y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 19(1), 71-98.
- Quijano, M. y Corica, A. (2023). Enseñanza de la Geometría en la escuela secundaria: reflexiones de un profesor de Matemáticas. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, 18(2), 274-287. <https://doi.org/10.14483/23464712.19660>
- Ratsimba-Rajohn, H. (1977). Etude didactique de l' 'introduction ostensive des objets mathématiques'. *Memoire de D.E.A.*, IREM de Bordeaux - Francia.
- Saldarriaga-Zambrano, P., Bravo-Cedeño, G. y Loor-Rivadeneira, M. (2016). La teoría constructivista de Jean Piaget y su significación para la pedagogía contemporánea. *Dominio de las Ciencias*, 2, 127 - 137.
- Schön, D. (1983). *The reflective practitioner*. Basic Books, Paidós.
- Schön, D. A. (1987). *La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Paidós.
- Seckel, M. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática*. Tesis doctoral, Universitat de Barcelona.
- Seckel, M. Font, V. (2020). Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática. *Revista internacional de Investigación en Educación*. 12(25), 127-144. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.m1225.crfp>

Autora de correspondencia:

TERESITA MÉNDEZ OLAVE

Dirección: Av. José Pedro Alessandri 774, Ñuñoa, Santiago – Chile
Código Postal: 7760197 , Departamento de Matemática.
teresita.mendez@umce.cl