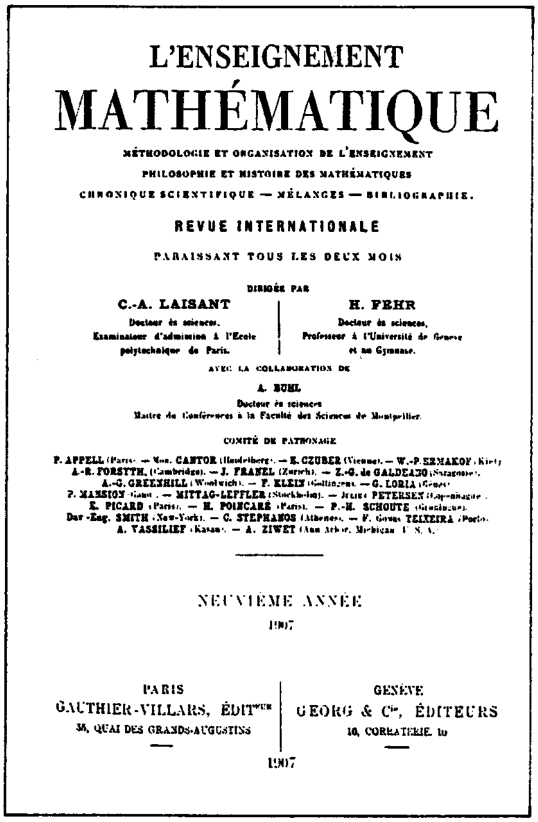
El conocimiento de la naturaleza y la lógica

David Hilbert[1]

Iniciamos en este número una nueva sección de la *Revista Educación Matemática* dedicada a la revisión de la historia de nuestra disciplina. En esta sección incluiremos algunos artículos, traducidos al español, que fueron publicados en los primeros números de *L' Enseignement Mathématique*. Esta revista apareció por primera vez en el año de 1899 con el propósito de revisar la "metodología y organización de la enseñanza, filosofía e historia de las matemáticas"; la revista todavía se edita y goza de gran prestigio entre la comunidad matemática.
El artículo que hemos elegido para la presentación de la sección es una conferencia de David Hilbert dictada en Königsberg en septiembre de 1930 y reproducida en el volumen correspondiente a 1931 de *L'Enseignement Mathématique* (Año 31, pp. 22-33).

El Comité Editorial


L'ENSEIGNEMENT
MATHÉMATIQUE
MÉTHODOLOGIE ET ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT
PHILOSOPHIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
CHRONIQUE SCIENTIFIQUE — MÉLANGES — BIBLIOGRAPHIE.
REVUE INTERNATIONALE
PARAISSANT TOUS LES DEUX MOIS
DIRIGÉE PAR
C.-A. LAISANT, Docteur ès sciences, Examinateur d'admission à l'École polytechnique de Paris. | H. FEHR, Docteur ès sciences, Professeur à l'Université de Genève et au Gymnase.
AVEC LA COLLABORATION DE
A. BUHL
Docteur ès sciences
Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Montpellier.
COMITÉ DE PATRONAGE
P. APPELL (Paris). — Mor. CANTOR (Heidelberg). — E. CZUBER (Vienne). — W.-P. ERMAKOF (Kiev). A.-R. FORSYTH (Cambridge). — J. FRANEL (Zurich). — Z.-G. de GALDEANO (Saragosse). A.-G. GREENHILL (Woolwich). — F. KLEIN (Gottingen). — G. LORIA (Gênes). P. MANSION (Gand). — MITTAG-LEFFLER (Stockholm). — Julius PETERSEN (Copenhague). E. PICARD (Paris). — H. POINCARÉ (Paris). — P.-H. SCHOUTE (Groningue). Dav.-Eug. SMITH (New-York). — C. STEPHANOS (Athènes). — F. Gomes TEIXEIRA (Porto). A. VASSILIEF (Kasan). — A. ZIWET (Ann Arbor, Michigan U. S. A.)
NEUVIÈME ANNÉE
1907
PARIS
GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEURS
55, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS
GENÈVE
GEORG & Cie, ÉDITEURS
10, CORRATERIE, 10
1907

[1] Conferencia dictada en Königsberg, en septiembre de 1930, en el Congreso de Naturalistas y Médicos Alemanes. Traducido al francés con la autorización del autor por Maurice Muller, Dr. en Letras, de acuerdo con texto publicado por los *Naturwissenschaften*, enero 18, 1930, pp 959-963; Verlag. Julius Springer, Berlín. La versión en francés apareció en *L' Enseignement Mathématique*, año 30, 1931, pp 22-33. Revisión de la traducción al español de G. Waldegg.

El conocimiento de la naturaleza y de la vida es nuestro principal deber. La humanidad ha consagrado a ello esfuerzos considerables que han sido recompensados con triunfos cada vez mayores. Hemos adquirido conocimientos más ricos y más profundos en el transcurso de las últimas décadas que durante los siglos anteriores: deseamos utilizar esta situación, que nos coloca en una posición ventajosa, con el fin de estudiar el problema filosófico, tantas veces discutido, de los papeles que desempeñan el pensamiento y la experiencia en el conocimiento científico. Estamos autorizados a ello por la naturaleza misma de este problema, que responde a la preocupación legítima de determinar la esencia del conocimiento y el valor de verdad del saber adquirido.

Sin agravio a los filósofos y sabios que nos han precedido, estamos ahora en situación de proporcionar, con mayor certeza que ellos, una solución exacta a este problema por dos razones: la primera, ya mencionada, se refiere a la rapidez con la que nuestra ciencia se desarrolla.

Los descubrimientos más importantes del pasado debidos a Copérnico, Kepler y Galileo y a los sabios que se sucedieron entre Newton y Maxwell, se distribuyen en un periodo de alrededor de cuatro siglos. Los tiempos modernos se inician con el descubrimiento de las ondas hertzianas, a las que se deben otros descubrimientos que aparecieron muy rápidamente: Röntgen descubre los rayos que llevan su nombre, Curie, la radioactividad, Planck propone la teoría de los cuanta. Más recientemente se descubren nuevos fenómenos y se destacan conexiones sorprendentes a tal grado, que la abundancia de propuestas es casi desconcertante y alarmante. Se ven aparecer, sucesivamente, la teoría de la radioactividad enunciada por Rutherford, la teoría del cuantum de Einstein, la teoría de los espectros de Bohr, la clasificación de los elementos de Moseley, la teoría einsteniana de la relatividad, la desintegración del nitrógeno de Rutherford, la teoría de la estructura de los elementos de Bohr y la teoría de los isótopos de Aston.

De esta manera, teniendo en cuenta sólo la física, hemos estado presentes en una serie ininterrumpida de descubrimientos sumamente importantes. Las nuevas adquisiciones científicas no son menos poderosas que las antiguas y los nuevos descubrimientos se suceden con un ritmo cada vez más rápido y conciernen a un conjunto más variado de dominios. La teoría y la práctica, el pensamiento y la experiencia, aparecen muy estrechamente relacionados. En ocasiones, la teoría precede a la experiencia y, en otros casos, la experiencia antecede a la teoría, la una completando, confirmando e impulsado a la otra. La situación es la misma en la química, la astronomía y la biología.

Tenemos así, sobre los filósofos que nos han precedido, la ventaja de haber presenciado un gran número de descubrimientos y de haber aprendido a conocer nuevos aspectos de la ciencia, al momento mismo de su aparición. Muchos de estos nuevos descubrimientos han conducido a una transformación o a un rechazo de concepciones y de representaciones antiguas fuertemente arraigadas. Para darse cuenta de ello es suficiente pensar en el nuevo concepto de tiempo introducido por la teoría de la relatividad o en la desintegración de los elementos químicos, en donde se han rechazado concepciones que antes nadie hubiera soñado tocar.

Una segunda circunstancia nos favorece hoy en la búsqueda de una solución al problema filosófico que hemos planteado. No solamente la técnica de la experiencia y el arte de erigir estructuras fisico-matemáticas han logrado llegar a una perfección nunca antes alcanzada, sino también la lógica ha igualmente progresado. Contamos hoy con un método general de análisis teórico de las preguntas relacionadas con las ciencias de la naturaleza que, en todo caso, hace más fácil precisar la situación de los problemas y ayuda a preparar una solución. Este método es el método axiomático.

¿De qué naturaleza es esta axiomática a la cual nos referimos tan a menudo? La idea fundamental de la axiomática reside en el hecho de que, en los enormes dominios del saber, algunas proposiciones, llamadas axiomas, son suficientes para servir de base a una reconstrucción puramente lógica de los edificios teóricos. Por otra parte, esta observación no agota el significado del método axiomático: hay ejemplos que precisan mejor su naturaleza. El ejemplo más antiguo y más conocido concierne a la geometría de Euclides; sin embargo, prefiero aclarar la naturaleza del método axiomático con ayuda de un ejemplo notable, tomado de la biología.

La *drosofila* es una pequeña mosca de gran interés para nosotros: ha sido objeto de los más extensos y cuidadosos experimentos coronados por el triunfo. Esta mosca es habitualmente gris, los ojos rojos sin manchas, las alas largas y redondeadas. Sin embargo, existen también *drosofilas* que tienen otras particularidades típicas: en lugar de ser grises son amarillas, sus ojos son blancos en lugar de rojos, etc. Por lo general, estas cinco características típicas se presentan asociadas, es decir, si una mosca es amarilla, tendrá ojos blancos, manchados, sus alas serán fisuradas y recogidas. Igualmente, si sus alas son largas y redondeadas, serán de color amarillo, etc. Sin embargo, por medio de apareamientos adecuados entre estas moscas caracterizadas por las asociaciones habituales, se obtiene en la descendencia un número pequeño de desviaciones en un porcentaje preciso y constante. Los números encontrados experimentalmente verifican los axiomas euclidianos de congruencia y los axiomas relativos al concepto geométrico "situado entre"; de esta manera la ley de la herencia parece ser una aplicación de los axiomas de congruencia lineal, es decir, de los teoremas elementales de la geometría de traslación de segmentos. Aplicación a la vez simple, precisa y maravillosa que la fantasía más audaz no hubiera podido imaginar.

Demos todavía un ejemplo más del método axiomático relativo a fenómenos de otro orden.

Nuestras ciencias teóricas nos han acostumbrado al empleo de procesos formales del pensamiento y de métodos abstractos. El método axiomático pertenece a la lógica. La palabra lógica es, para algunos, sinónimo de disciplina engorrosa y difícil; la lógica sin embargo se ha convertido también en algo tan accesible como interesante. Se ha visto, por ejemplo, que en la vida cotidiana se emplean métodos y acciones que exigen gran abundancia de abstracciones y que son comprensibles sólo como aplicaciones inconscientes del método axiomático. Es así en el caso del proceso general de negación y, más particularmente, en la noción de infinito. Debemos darnos cuenta de que la noción de infinito no tiene ningún significado que se refiera a la intuición sensible y, en general, no tiene ningún sentido si no se hace un examen más profundo. En efecto, sólo existen, en el Universo, cosas finitas. No existe ninguna velocidad infinita y ninguna fuerza o acción que se propague infinitamente rápido. La acción en sí misma es de naturaleza discreta y cuántica. No hay en la realidad nada continuo que pueda ser dividido hasta el infinito. La luz misma tiene una estructura atómica, al igual que la magnitud mecánica de acción. El Universo, –lo creo con certeza–, es de extensión finita y los astrónomos podrán decirnos algún día cuántos kilómetros tiene de largo, alto y ancho. De hecho, nuestros cálculos nos conducen frecuentemente a cifras considerablemente grandes: cuando calculamos la separación, en kilómetros, entre las estrellas o el número de jugadas posibles y esencialmente diferentes en un juego de ajedrez; se puede, desde luego, decir que lo ilimitado o lo infinito, puesto que es la negación de una condición siempre dominante, es una abstracción monstruosa, que sólo puede realizarse mediante la aplicación consciente o inconsciente del método axiomático. Esta concepción del infinito, que he fundamentado en investigaciones detalladas, resuelve muchos problemas, en particular, las antinomias kantianas referentes al espacio y a la divisibilidad ilimitada pierden sentido y se resuelven las dificultades que introducen.

Regresando a nuestro problema relativo al papel de la naturaleza y del pensamiento, pondremos en evidencia tres puntos fundamentales. El primero, esta ligado al problema del infinito del cual acabamos de hablar. Hemos visto que el infinito no se alcanza en ninguna parte: no se da en la naturaleza y no es un fundamento admisible del pensamiento sin una preparación particular. En esto se observa ya un paralelismo importante entre la naturaleza y el pensamiento, un acuerdo fundamental entre la experiencia y la teoría.

Observamos también otro paralelismo: nuestro pensamiento tiene como punto de vista la unidad y busca la unidad; observamos la unidad substancial de la materia y constatamos en todas partes la unidad de las leyes de la naturaleza. Así, la naturaleza viene al encuentro de nuestra búsqueda como si estuviera dispuesta a entregarnos sus secretos. El estado de dispersión de las masas en el cielo ha permitido el descubrimiento y la verificación de la ley de Newton. Michelson pudo, a pesar de la enorme velocidad de la luz, establecer con certeza la regla de adición de velocidades con la Tierra animada por un movimiento de traslación suficientemente rápido. El planeta Mercurio parece tener el privilegio de efectuar su movimiento de perihelio con el fin de verificar la teoría de Einstein, y el rayo luminoso de la estrella fija pasa lo bastante cerca del Sol para que su desviación se haga observable. Otra manifestación de la realización y de la encarnación del pensamiento matemático es aún más contundente: la designaremos, en un sentido un poco diferente al sentido leibniziano, mediante el término de *armonía preestablecida.* Uno de los ejemplos más antiguos que se puedan dar es el que se refiere a las secciones cónicas, estudiadas largo tiempo antes de sospechar que los planetas o los electrones se mueven a lo largo de tales curvas. Pero el ejemplo más admirable de una armonía preestablecida se refiere a la célebre teoría einsteniana de la relatividad. Las ecuaciones diferenciales de los potenciales de gravitación han sido enunciadas teniendo en cuenta únicamente una exigencia general de invariabilidad ligada al principio de máxima simplicidad; sin embargo, esta construcción hubiese sido imposible sin las investigaciones profundas y arduas de Riemann que la precedieron por mucho tiempo. Con frecuencia, las especulaciones que ocupaban el centro de las preocupaciones de los matemáticos, han sido, al mismo tiempo, las grandes necesidades de la física. He desarrollado la teoría de variables en número infinito e inclusive he utilizado las denominaciones del análisis espectral, sin poder presentir que ello encontraría un día su realidad en la física.

Sólo podemos comprender este acuerdo entre la naturaleza y el pensamiento, entre la experiencia y la teoría, considerando el elemento formal y el mecanismo al que está ligado, tanto del lado de la naturaleza como del lado de la inteligencia; el proceso matemático de la eliminación revela, aparentemente, los puntos de reposo y las etapas a las que, tanto los cuerpos en el mundo de las realidades, como los pensamientos en el mundo de las ideas, se detienen y se ofrecen al control y a la comparación.

Sin embargo, esta armonía preestablecida no agota aún el conjunto de relaciones entre la naturaleza y el pensamiento y no devela enteramente el sentido oculto de la pregunta que hemos formulado. Representemos el conjunto del saber físico y astronómico; notamos que un punto de vista de la ciencia actual domina, por mucho, las posiciones y los designios pasados de la ciencia: la ciencia actual ya no sólo enseña a determinar por anticipación, en el sentido de la mecánica clásica, los movimientos y los fenómenos futuros a partir de los datos actuales, sino que muestra también que precisamente los estados materiales contemporáneos y reales, terrestres y cósmicos no son ni accidentales ni arbitrarios, sino que dependen de las leyes físicas.

Los mejores testimonios nos los ofrecen el modelo atómico de Bohr, la estructura del sistema de las estrellas y la historia del desarrollo de la vida orgánica. Nuestros métodos deberán, desde ahora, conducir realmente a un sistema de leyes naturales que se ajusten a la realidad tomada en su conjunto: una deducción de nociones bastaría para agotar el saber de la física. Es en este sentido que Hegel hubiera tenido razón al afirmar que podía deducir los datos físicos de un conjunto lógico de nociones. El punto de vista hegeliano es, sin embargo, inadmisible puesto que ¿cuál es el origen de las leyes de la naturaleza? ¿cómo llegamos a descubrirlas? ¿y quién nos dice que ellas se ajustan a la realidad? Debemos tomar en cuenta la experiencia: reconocemos, y en esto nos oponemos a Hegel, que únicamente la vía experimental nos lleva a las leyes naturales y que fuera de la experiencia el conocimiento de dichas leyes es imposible. Sin embargo, es exacto que el conjunto de las nociones físicas está subordinado a puntos de vista especulativos; pero en un último análisis, sólo la experiencia decidirá el valor de las leyes descubiertas y del conjunto lógico de los conceptos que ellas ponen en juego. Algunas veces, las ideas encuentran su origen en el pensamiento puro, es el caso de la teoría atómica de Demócrito, ya que la existencia de los átomos no fue reconocida sino hasta dos mil años más tarde por la física experimental. En otras ocasiones, la experiencia se adelanta a la especulación y fuerza al pensamiento. Es así como debemos al experimento de Michelson y al impulso que éste logró, el habernos desembarazado del prejuicio del tiempo absoluto y haber finalmente hecho posible la aceptación de la teoría general de la relatividad.

Aquél que, no obstante, quiera negar el origen experimental de las leyes de la naturaleza debe afirmar que existe, fuera de la experiencia y de la deducción, una tercera fuente de conocimientos. De hecho, han habido filósofos –Kant es el representante clásico de este punto de vista– que afirman que, fuera de la lógica y de la experiencia, existen conocimientos *a priori* que tienen que ver con la realidad. Con gusto acepto que algunos puntos de vista *a priori* son necesarios para la construcción de los conjuntos teóricos y que están en la base de todos los conocimientos. Creo que los conocimientos matemáticos están también, en un último análisis, fundados sobre tales visiones intuitivas[2], que cierto residuo[3] intuitivo *a priori* es un fundamento necesario para la teoría de números. Esta manera de ver las cosas deja intacta la intención fundamental más general de la teoría kantiana del conocimiento, que es el determinar el residuo intuitivo *a priori* y examinar las condiciones que hacen posible todo conocimiento nocional y toda experiencia. Pienso que ha sido así en lo esencial de mis investigaciones sobre los

[2] En alemán: *anschaulich.* N. T. F.

[3] Se ha traducido aquí Einstellung como residuo (manera de ver fundamental o de base) N. T. F.

principios de las matemáticas. El *a priori* no es ni más ni menos que una manera fundamental de ver las cosas, o la expresión de algunas condiciones preliminares indispensables del conocimiento y de la experiencia. Pero el límite entre lo que disponemos del *a priori* y la exigencia experimental debe tratarse de manera diferente a como lo hizo Kant, quien sobrestimó el papel y la extensión del *a priori*.

En los tiempos de Kant se podía pensar que las representaciones de espacio y de tiempo eran aplicables tan general e inmediatamente a la realidad como las representaciones relativas al número, al orden y a la magnitud que empleamos cotidianamente en las teorías matemáticas y físicas. De esta manera las disciplinas relativas al espacio y al tiempo, en especial la geometría, tendrían, al igual que la aritmética, derecho de anteceder todo conocimiento de la naturaleza. Pero este punto de vista kantiano fue abandonado antes del desarrollo de la física contemporánea y, con muy buenas razones, por Riemann y Helmholtz. La geometría no es, en efecto, más que la parte de la física que describe las relaciones de posición entre los cuerpos sólidos, en el mundo de las cosas reales. Sólo la experiencia nos asegura, sin embargo, que hay cuerpos sólidos en movimiento. La proposición que afirma que la suma de los ángulos de un triángulo es igual a dos rectos y el axioma de las paralelas, como Gauss lo reconoció, se deben verificar o desmentir por medio de la experiencia. Si se hubiese demostrado, por ejemplo, que el conjunto de hechos expresados por los teoremas de congruencia está de acuerdo con la experiencia pero que, por otra parte, la suma de los ángulos de un triángulo construido con varillas rígidas es menor que dos rectos, nadie afirmaría que el axioma de las paralelas es válido en el espacio de los cuerpos reales.

Se deben tomar precauciones cuando se trata de admitir un residuo *a priori*; muchos de los conocimientos *a priori* concebidos antes como válidos, se sabe hoy en día que son inexactos. El ejemplo más contundente de esos falsos conocimientos es el relativo a la representación de un presente absoluto. No hay presentes absolutos, a pesar de que estemos acostumbrados desde la infancia a concebirlo, dado que en la vida cotidiana sólo hay distancias acotadas y velocidades moderadas. Si fuese de otra manera, nadie hubiera tenido la idea de introducir la noción de tiempo absoluto. Es así que pensadores tan profundos como Newton y Kant no pusieron en duda jamás el tiempo absoluto. Newton, como sabio atento, formuló esta exigencia de la manera más definitiva posible: el tiempo verdadero y absoluto transcurre en sí mismo y conforme a su naturaleza, uniformemente y sin relación con ninguna otra cosa. Así de buena fe, Newton impidió todo compromiso y todo retorno y Kant no razonó dentro de la filosofía crítica y aceptó, sin ningún otro examen, el punto de vista newtoniano. Einstein fue el primero –en una obra que quedará inscrita entre las más vigorosas del espíritu humano– en liberarnos de ese prejuicio; la teoría exagerada del *a priori* no podría ser puesta en duda de una manera más espectacular que como lo fue por el progreso logrado por Einstein. La hipótesis del tiempo absoluto tenía claramente como consecuencia la regla de la suma de velocidades –regla cuyo valor no se podía sobrestimar, puesto que parecía evidente–. Los diferentes experimentos relativos a la óptica, la astronomía y la electricidad nos han convencido de la inexactitud de esta regla; de hecho, existe otra ley más complicada para la composición de las velocidades. Podemos decir ya que los puntos de vista de Gauss y Helmholtz relativos a la naturaleza empírica de la geometría han llegado a ser un resultado cierto de la ciencia. Estos puntos de vista deben servir ahora como punto de apoyo para toda especulación filosófica relativa al espacio y al tiempo. La teoría einsteiniana de la gravitación nos ha aclarado el papel de la geometría: ésta no es más que una rama de la física y las verdades geométricas, en principio, no son diferentes de las verdades físicas. La ley de la atracción newtoniana y el teorema de Pitágoras están esencialmente relacionados, en tanto que se encuentran dominados por la misma noción física fundamental de potencial. Además, toda conexión con las teorías de Einstein nos asegura que estas dos leyes tan diferentes y que nos parecen tan alejadas una de otra –la primera, conocida desde la antigüedad y enseñada en todas las escuelas como uno de los teoremas más importantes de la geometría elemental, la segunda, una ley sobre la acción que ejercen las masas entre sí– no son simplemente de la misma clase, sino que son partes de una misma ley general.

El descubrimiento de la equivalencia de base entre los hechos geométricos y los hechos físicos no hubiese podido ser más persuasivo. Es cierto que, con las construcciones lógicas usuales y las experiencias cotidianas a las que estamos acostumbrados desde la infancia, las proposiciones de la geometría y de la cinemática preceden a las proposiciones de la dinámica, pero se olvida que se trata ante todo de la experiencia. De esta manera vemos que la teoría kantiana de los *a priori*, demasiado antropomórfica, contiene todavía escorias de las que se debe librar; sólo queda mencionar que existe un residuo *a priori* que condiciona igualmente el conocimiento matemático. Es bajo este aspecto esencial, que he caracterizado el residuo[4] en diversos estudios[5].

El instrumento matemático juega el papel de mediador entre la teoría y la práctica, entre el pensamiento y la observación; construye sólidamente el puente que los une. Por esta razón nuestra cultura entera, y a ello debe su penetración y la conquista de la naturaleza, encuentra su fundamento en las matemáticas. Galileo decía ya que sólo aquéllos que conocen el lenguaje y los signos por medio de los cuales nos habla la naturaleza, pueden comprenderla; este lenguaje es la matemática, y sus signos son los caracteres matemáticos. Kant pretendía que en cada ciencia natural particular se encontrara tanta ciencia verdadera como en la matemática. De hecho, nosotros no dominamos una teoría científica si no hemos descubierto y asimilado enteramente su fundamento matemático. La astronomía y la física actuales no pueden concebirse sin la ayuda de las matemáticas; la parte teórica de estas ciencias se confunde con su parte matemática. Es a esto, y a sus otras aplicaciones, a lo que la ciencia matemática debe su prestigio, es por esto, que el público profano las puede disfrutar.

Sin embargo, los matemáticos se niegan a medir el valor de las matemáticas por sus aplicaciones. Así, para Gauss, el príncipe de los matemáticos, la teoría de números, que no ha encontrado todavía aplicaciones directas, es, en el orden de los valores, la primera de las disciplinas matemáticas. Sin embargo, Gauss fue, por excelencia, un matemático cuidadoso de las aplicaciones: es él quien recrea ciencias enteras, como la teoría de errores y la geodesia, con el fin de hacer jugar a los matemáticos el papel conductor al que tienen derecho; es él quien, cuando los astrónomos perdieron la posición del planeta Ceres sin poder reencontrarla, imagina una nueva teoría que permitió determinar dicha posición. Gauss, como casi todos los matemáticos, elevó al primer lugar la teoría de números; esto habla de su poder de atracción que la hace la disciplina preferida de los matemáticos, de su riqueza inagotable. Gauss describe la atracción que ejercían sobre él, desde su juventud, las investigaciones en teoría de números, tanto, que jamás pudo

[4] En alemán: *Finite Einstellung.* N.T.F.

[5] Véase *Ueber das Unendliche*, Mathem, Ann. 95; *Die Grundlagen der Mathematik*, Abh. a. d. mathem. Sem. d. Hamburgischen Universität, 6.N.A.

abandonarlas. Gauss celebra la gloria incomparable de Fermat, de Euler, de Lagrange y de Legendre, porque estos matemáticos abrieron la puerta del santuario y mostraron los muchos tesoros de que está lleno. Y es de esta misma manera que se expresan los matemáticos que han precedido y que han seguido a Gauss, por ejemplo, Lejeune-Dirichlet, Kummer, Hermite, Kronecker y Minkowski. Kronecker compara al matemático que se ocupa de la teoría de números con un glotón que, una vez que prueba su alimento preferido, no puede ya dejarlo.

Poincaré, el matemático más brillante de su generación, también físico y astrónomo profundo, tenía una opinión semejante. Poincaré criticó un día con una severidad ejemplar a Tolstoi, para quien la teoría de "la ciencia por la ciencia" era absurda. ¿Debemos –decía Tolstoi– dejarnos conducir en la selección de una actividad por el simple deseo de saber? ¿no sería mejor que decidiéramos de acuerdo a la utilidad, es decir, según nuestras necesidades prácticas y morales? Es singular que sea precisamente a Tolstoi a quien, nosotros los matemáticos, nos veamos obligados a condenar como un utilitario de alma estrecha y visión realista. Poincaré responde a Tolstoi que, si los hombres se hubieran decidido únicamente según esta opinión, ninguna ciencia hubiera podido nacer. Basta abrir los ojos (decía Poincaré) para ver que las conquistas de la industria que han enriquecido a los hombres, no hubieran visto jamás la luz si sólo hubieran existido los hombres prácticos y si no hubieran sido rebasados por esos locos desinteresados que nunca piensan en lo útil. Compartimos todos este sentimiento.

El gran matemático de Königsberg, Jacobi –cuyo nombre debe ser colocado junto al de Gauss y que todavía nuestros estudiantes pronuncian con respeto– pensaba de la misma manera. Cuando el célebre Fourier dijo un día que el principal objeto de las matemáticas era la explicación de los fenómenos naturales, Jacobi se pronunció contra esta opinión con toda la fogosidad de su temperamento. Un filósofo como Fourier –se lamentaba Jacobi– debería saber que la única finalidad de la ciencia es el honor del espíritu humano y que un problema de aritmética pura tiene tanto valor como un teorema técnicamente utilizable.

Aquel que advierte la verdad del pensamiento iluminado por las palabras de Jacobi no cae en un escepticismo infructuoso y retrógrado, ni escucha a quienes, con aire de filósofo y tono de suficiencia, profetizan el crepúsculo de la cultura y caen en el agnosticismo. Para el matemático no existe ningún "*ignorabimus*", ni tampoco, en mi opinión, para las ciencias de la naturaleza. El filósofo Comte dijo un día con intención de formular un problema positivamente insoluble que jamás la ciencia llegaría a percibir el secreto de la composición química de los cuerpos celestes. Pocos años después, este problema fue resuelto por el análisis espectral de Kirchhoff y Bunsen, y se puede decir hoy en día que las estrellas lejanas son laboratorios de física y química tan importantes como no hay otros en la Tierra. En mi opinión, si Comte no logró enunciar problemas insolubles es porque en realidad no los hay. En lugar de caer en un agnosticismo insensato, debemos aceptar el siguiente precepto: "debemos saber, sabremos".