

## Reseñas de libros

---

*Fernando Corbalán.*

**Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato**

*Editorial Síntesis, Madrid, 1994.*

---

Es este un libro con fines eminentemente didácticos. Su autor, Fernando Corbalán, admite el compromiso pedagógico de definir el concepto de juego, pero como una situación lúdico-matemática, que es lo que en principio conviene a un docente. La obra está construida en cuatro capítulos en los que va desmenuzando ideas que tienen toda la intención de servir como apoyo al desarrollo de las diversas actividades que el maestro debe propiciar en la clase.

En el capítulo 1 se detiene en aclaraciones y diversos intentos de definir al juego matemático, a partir del concepto simple de juego; se hace una semblanza breve del juego a través de la historia y remata con una clasificación, interesante y utilizable del juego matemático, considerando que "... más que una categoría en sí mismos, lo que hace a los juegos ser matemáticos, es el uso que se haga de los mismos...".

Hace una primera consideración clasificatoria de los juegos matemáticos con **juegos de conocimiento** como "aquellos que hacen referencia a uno o varios de los tópicos habituales de los programas de matemáticas" y **juegos de estrategia** como "aquellos en los que se trata de poner en marcha uno o varios procedimientos típicos de resolución de problemas o los modos habituales de pensamiento matemático".

En una ulterior clasificación con fines didácticos, establece a los juegos **preinstitucionales**, los **coinstitucionales** y **postinstitucionales**, en el convenio de aquellos juegos que se utilizan previamente a la aprehensión de conocimientos, los que se utilizan en el curso del desarrollo de los conocimientos y los que, utilizados posteriormente al aprendizaje de los conocimientos, sirven para reforzarlos.

Sin embargo, el autor hace ver tres hechos importantes en el uso del juego matemático: el que no es posible esperar resultados espectaculares, que deben utilizarse mediante una previa y cuidadosa planificación y en forma sistemática, y el que es un derecho del alumno el que le sean proporcionados estos recursos de aprendizaje más que una concesión del profesor.

En el capítulo 2 el autor se refiere a los efectos que trae el uso del juego en cuanto a ventajas y desventajas de tipo didáctico, apoyándose entre otras cosas en una cita del Informe Cockcroft en donde se menciona que <<...sea cual fuere su nivel de conocimientos

el empleo cuidadosamente planificado de rompecabezas y “juegos” matemáticos puede contribuir a clarificar las ideas del programa y a desarrollar el pensamiento lógico...>>.

Menciona las expectativas que crean maestro y alumno ante un juego matemático, los fines del juego, cómo introducirse en ellos y el hecho de que pueden y deben usarse para el tratamiento a la diversidad y la atención a la individualidad, cuando son cuidadosamente seleccionados y atinadamente aplicados en un espacio y en un tiempo pedagógico convenientes. El uso del juego matemático ayuda, como es de suponer, a apreciar en toda su plenitud a la matemática, imponiendo un cambio positivo en el aula con su uso e implantación. Los mayores obstáculos en la implantación de juegos matemáticos residen en lo difícil que es obtener juegos variados, apropiados y ajustados a los requerimientos educativos, se requiere de una mayor preparación del profesorado que los use sistemáticamente y, por lo mismo, se deben establecer prácticas docentes adecuadas con técnicas de análisis y registro de los resultados obtenidos, en especial, para los juegos de estrategia.

El capítulo 3 es un espléndido apartado que relaciona al juego matemático y a la resolución de problemas. El autor recurre al sentido actual de la enseñanza a partir de enseñar a resolver problemas, pues “... muchos de estos elementos pueden adquirirse igualmente en el enfrentamiento con los problemas que constituyen los juegos matemáticos”.

Hace una referencia a lo que se puede considerar como buenos problemas, esto es, aquellos que no tienen enunciados tramposos, que son válidos aunque no sean aplicables, que son desafiantes al intelecto, propositivos y se conciben como enunciados atacables y que dan una sensación de agrado en el proceso de resolución. En cuanto al proceso de resolución de problemas, el autor toma como estructura al esquema de Polya (1945) de: a) comprender el problema, b) trazar un plan para resolverlo, c) poner en práctica el plan y d) comprobar los resultados. También hace referencia a la propuesta de Shoenfeld de tres fases: a) análisis, b) exploración y c) comprobación de la solución obtenida y, con referencia a los problemas de estrategias menciona a las de Gómez Chacón y a las de Miguel de Guzmán. En esa somera revisión de la resolución de problemas, nos muestra una recopilación de las estrategias más frecuentes que van a ser utilizadas en el capítulo 4 y remata con ejemplos de juegos, explicando sus reglas y haciendo hincapié en la secuencia didáctica, variaciones del juego, el análisis de la estrategia de “cómo ganar” o “cómo no perder”, a veces llegando a establecer una generalización y, la demostración o validez del juego o de sus reglas de composición.

El capítulo 4 está totalmente dedicado a la presentación de juegos matemáticos que pueden ser utilizados en la Escuela Secundaria y en el Bachillerato, en los que se consideran a los juegos numéricos, los geométricos y los de probabilidad. Destacan los juegos de fichas: ajedrez, dominó, juego de barcos y 3 en raya; los patrones: tangramas; los de cartas: barajas; los de dados: dominó; los de palabras: crucigramas; los de tablero: ajedrez, parchís, damas.

Muy importante en este apartado es el uso que se da al juego, bajo el concepto de que todo buen juego debe estar construido sobre dos ideas centrales: debe tener pocas reglas y durar poco tiempo.

≃ detiene a descubrir ciertos juegos que clasifica como:

- . Juegos de procedimiento conocido, entre los que considera: a) juegos sociales o de mesa, b) procedimientos de juegos habituales y c) juegos de aplicaciones múltiples.
- . Juegos de conocimiento, entre los que se mencionan: a) juegos numéricos, b) juegos algebraicos, c) juegos con calculadoras, d) juegos geométricos y e) juegos de probabilidad.
- i. Juegos de estrategia, entre los que clasifica como: a) juegos de estrategia numéricos y b) juegos de estrategia geométricos.

Resulta importante destacar que se hace un agradable análisis de los juegos procurando describirlos, establecer las reglas que los rigen, mencionar las variantes posibles al juego, si las hay, los objetivos que se persiguen al aplicar el juego y observaciones generales que hacen referencia a las estrategias para resolverlos, los conceptos matemáticos que son utilizados y/o las pretensiones pedagógicas.

De entre toda la colección de juegos propuestos y analizados resultan de especial interés aquellos de carácter geométrico que llevan al desarrollo de la imaginación espacial y trasladar ideas del plano al espacio geométrico y el uso de las simetrías como estrategia de resolución o de análisis de la resolución.

Finaliza el libro con un breve análisis de los currículos de la Secundaria y del Bachillerato donde el interés se centra en el uso del juego, aunque se aclara que los contenidos corresponden a los mapas curriculares españoles.

Raros son los libros y este es uno de ellos que, proponiendo juegos matemáticos —y los hay en abundancia— hablen de su valor didáctico, sus condiciones, clasificación y apoyo al desempeño del currículo y como el autor además empalma el concepto de juego con el de juego matemático y con el de resolución de problemas, la obra resulta ser muy adecuada a los enfoques y requisitos de la actual enseñanza de la matemática y en apoyo a la enseñanza problémica.

*Santiago Valiente B.*

---

*John Allen Paulus,*

### **El hombre anumérico**

**(el analfabetismo matemático y sus consecuencias)**

*Tusquets Editores, Barcelona, España, 1990.*

---

El volumen que ahora nos ocupa es un libro sumamente citado en el campo de la educación matemática. Baste como muestra de ello que aparece en la bibliografía oficial de documentos y textos que presentan los nuevos enfoques en la enseñanza de la matemática en la escuela secundaria y en la formación y actualización de docentes de este nivel.

El autor ha escrito la obra con la intención de mostrar cierta incapacidad del hombre común, a veces también la del especialista, para interpretar matemáticamente fenómenos que a diario ocurren en su entorno. Esta incapacidad se da, inclusive, en usuarios de la matemática.

Dice el autor: "El anumerismo, o incapacidad de manejar cómodamente los conceptos fundamentales de número y azar, atormenta a demasiados ciudadanos que, por lo demás, pueden ser perfectamente instruidos...". En esta parte introductoria va desarrollando algunas de las ideas que irán campeando, a lo largo del libro, apoyándolas en estupendos ejemplos y en experiencias personales del autor. "Como el libro se ocupa principalmente de varias insuficiencias –la falta de perspectiva numérica, la apreciación exagerada de coincidencias que no tienen otro significado, la aceptación crédula de la pseudociencia, la incapacidad de reconocer los convenios sociales, etc.–, en gran medida tienen un tono más bien demoledor...". Con esta tónica se van mostrando ejemplos precisos acerca de las falsas creencias sobre sucesos que pueden ser claramente explicadas con la herramienta matemática, muchas de las veces, con la herramienta elemental. "Una de las aseveraciones en la que se insiste en el libro es que las personas anuméricas tienen una marcada tendencia a personalizar: su imagen de la realidad está deformada por sus propias experiencias, o por la atención que los medios de comunicación de masas presta a los individuos y a las situaciones dramáticas...".

Ante la necesidad de romper con muchas ideas erróneas que se han ido levantando acerca de las posibilidades de la matemática y las limitaciones que la gente se autoimpone ante la necesidad de ser un buen interpretador de las ocurrencias diarias, el autor se establece un propósito muy claro: "...Al escribirlo (el libro), mi objetivo ha sido interesar a las personas que, aunque cultas, son anuméricas, o por lo menos aquellas que, sintiendo temor ante las matemáticas, no experimenten un pánico paralizante...".

El libro cuenta con una surtida variedad de ejemplos donde el personaje común, el hombre de la calle, muestra su anumerismo. Pero más interesantes son los ejemplos donde los personajes son estudiantes o especialistas vinculados con la matemática, aunque no necesariamente matemáticos.

En el capítulo 1, Ejercicios y Principios, se nos muestra lo fácil que resulta el uso y manejo de la notación científica en relación con el manejo del sistema numérico común de notación decimal posicional, con base en diversas experiencias relatadas en la introducción, con esta notación simplificatoria, mostrando las ventajas de ésta, tanto para números de gran magnitud como de modesta escala, con variados ejemplos en los que hace cálculos y comparaciones entre magnitudes. La regla del producto, también es utilizada por el autor para el cálculo de grandes números y en el cálculo de probabilidades. Claro está, con ejemplos presentados en forma simple, amena y natural, que en tono de relato campea a lo largo de toda la obra.

El capítulo 2, Probabilidad y Coincidencia, es abordado por el autor haciendo el análisis de la tendencia general de la gente a "sobreestimar la frecuencia de las coincidencias. Generalmente dan mucha importancia a todo tipo de correspondencia y, en cambio, dan muy poca a evidencias estadísticas menos relumbrantes, pero absolutamente concluyentes". Para esto el autor se apoya en muy diversos ejemplos y en la ley de los grandes números, el concepto de eventos independientes y en la ley del producto y, como dice: "La moraleja vuelve a ser que mientras es probable que

ocurra algún hecho improbable, lo es mucho menos que se dé un caso concreto...”, en que queda aludida la diferencia entre acontecimientos genéricos y concretos; esto es, cuando no queda establecido indubitadamente el acontecimiento que se desea predecir, el acontecimiento genérico se puede dar de muchas formas distintas.

Utilizando como apoyo “el principio de casillero”, Paulus aborda ejemplos de difusión de fundamentos probabilísticos como el hecho de que, para tener la certeza de que al menos dos personas hayan nacido el mismo día, habremos de tener juntas a 367 personas. Muy ilustrativo es el ejemplo de cómo hacer timos usando la predicción reiterada correcta de sucesos a ocurrir, tomando una muestra no muy grande, a fin de quedarse con un reducido número de sujetos para los que se habrá quedado como un especialista suficientemente informado, basado esto en el hecho de la tendencia de la gente a olvidar los fracasos y concentrarse en los aciertos, pues son más espectaculares al hombre común los valores extremos y las coincidencias, no considerando que dan información más relevante los valores medios que aquellos que son esperados.

Es común que el autor vaya presentándonos moralejas sobre los errores que se cometen al apreciar algún fenómeno de corte probabilístico o estadístico, en donde la intuición puede ser engañosa, en especial en probabilidades aparentemente desproporcionadas. El capítulo remata hablando sobre lo predecible de los sucesos raros.

En el capítulo 3, La Seudociencia, Paulus arremete contra las llamadas pseudociencias, argumentando sobre algunas falacias en la argumentación de algunos de sus postulados y haciendo ver cómo entran en conflicto con el sentido lógico y el sentido común y las interpretaciones simplonas que se les otorga, pues en ellas no se da un mecanismo sensorial al cual se pueda recurrir. Por ello es que se debe ir al ‘método estadístico’: realizar un número suficiente de ensayos y ver si el número de respuestas correctas es lo bastante grande para descartar al azar como explicación. Nos hace ver que la frecuencia con la que se dan las casualidades o acontecimientos improbables no necesitan ser explicados y sí se tendría que dar explicación en el caso de que no se den. Apoya sus cuestionamientos en asuntos relativos al Psicoanálisis, la Parapsicología, los sueños proféticos, la Astrología y opiniones acerca de la vida extraterrestre. Nuevamente evidencia en este apartado la tendencia de la gente a tomar en consideración las coincidencias más que las regularidades estadísticas. Establece que el mejor antídoto contra las pseudociencias es la verdadera ciencia: “Al fin y al cabo no es lo estrafalario de las conclusiones lo que hace que una determinada doctrina sea pseudociencia: las conjeturas afortunadas, los descubrimientos fortuitos, las hipótesis atrevidas e incluso cierta credulidad inicial, también tienen su papel en la ciencia...”. Después de discutir varios ejemplos donde usa de la probabilidad condicional, el capítulo remata haciendo interesantes referencias a la numerología y al uso de la lógica defectuosa como expresión singular de anumerismo. Por ejemplo: “...No hay demasiada gente que piense que como la aspirina cura el dolor de cabeza, la falta de aspirina en la sangre produce dolor de cabeza”, referida a la implicación  $X \rightarrow Y$  y  $Y \rightarrow X$ . Es decir, el hecho de que no se pueda demostrar concluyentemente una afirmación, no es prueba de que la afirmación sea correcta.

El capítulo 4, ¿A qué se debe el Anumerismo?, el autor lo inicia relatando experiencias cotidianas donde aparece una pobre interpretación, aplicación y manipuleo de las operaciones aritméticas, los porcentajes y conversiones de éstos a fracciones, entre otras varias cosas más, argumentando que gran parte del anumerismo entre la gente es la falta del manejo adecuado de los problemas aritméticos, poco sobre redondeos, las estimaciones y el cálculo mental.

Para John Allen Paulus es de gran importancia el uso de juegos, acertijos, problemas lúdicos y cosas similares para luchar contra el analfabetismo numérico: “Si la formación matemática comunicara esta faceta lúdica del tema, ya sea formalmente, a los niveles de enseñanza, primario, medio o universitario, o formalmente en libros de divulgación, no creo que este anumerismo estuviera tan extendido como lo está”. Se puede apreciar —según el autor— una clara diferencia entre una mala educación matemática y el analfabetismo matemático. En suma, factores del anumerismo son, entre otros muchos, pero éstos como los más relevantes, la tendencia a personalizar y el recurrir a las coincidencias.

El autor es prolijo en relatos de diversos casos en que se presenta el anumerismo. Uno de ellos, es la angustia matemática, esto es, el pavor que cierta gente tiene a enfrentarse con problemas matemáticos y, para superar esta situación propone pasos y fases para enfrentarse a la resolución de problemas, en cierta medida muy cercanos a los propuestos por George Polya. El apartado es rico en referencias a las falsas opiniones que se tienen sobre la matemática considerada por algunos como un asunto carente de imaginación, como cosa mecánica por otros, y para muchos otros más como algo dado de antemano, o referido a aspectos fríos e impersonales, propia de los técnicos y vinculada a gente con dotes especiales, de carácter rutinario, con habilidades para el cálculo y que es poco práctica, que no va a los temas importantes y poco apreciativa de la naturaleza.

En el último capítulo, el capítulo 5, Estadística, Compromiso y Sociedad, incursiona “en los efectos sociales nocivos del anumerismo”. La parte final es de evidente valor de opinión del autor hacia los defectos que viene comentando en el libro y nos remata con: “En un mundo cada vez más complejo, lleno de coincidencias sin sentido, lo que hace falta en muchas situaciones no son más hechos verídicos —ya hay demasidos— sino un mejor dominio de los hechos conocidos, y para ello un curso sobre Probabilidad es de un valor incalculable. Los test estadísticos y los intervalos de confianza, la diferencia entre causa y correlación, la probabilidad condicional, la independencia y la regla del producto, el arte de hacer estimaciones y el diseño de experimentos, los conceptos de valor esperado y de distribución de probabilidad, así como los ejemplos y contraejemplos más comunes de todo lo anterior, deberían ser más conocidos y divulgados. La Probabilidad, como la Lógica, ya no es algo exclusivo de los matemáticos. Impregna nuestra vida”. Un final rotundo nos la da este libro, eminentemente crítico, irónico y, a veces, sarcástico, pero lleno de proposiciones, cuando establece que: “Cualquier libro está motivado, por lo menos en parte, por la indignación, y éste no es una excepción. Me angustia y aflige una sociedad, la mía, que depende tanto de la matemática y la ciencia y que, sin embargo, parece tan indiferente al anumerismo y al analfabetismo científico de tantísimos de sus ciudadanos... (...)...Pero más que la indignación, la motivación principal del libro fue, sobre todo, el deseo de fomentar el sentido de la proporción numérica y la apreciación de la naturaleza irreductiblemente probabilística de nuestra vida”.