

Reseñas de Libros

Yves Chevallard, Marianna Bosch y Josep Gascon:

Estudiar Matemáticas: El Eslabón Perdido entre Enseñanza y Aprendizaje

Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat de Barcelona y Editorial Horsori, 335 pp, Barcelona, 1997

La publicación de este libro es -desde mi punto de vista- un verdadero acontecimiento editorial para todas las personas interesadas por los problemas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sinceramente pienso que el libro será de gran utilidad para los profesores de matemáticas, los padres y alumnos, pero también, y muy especialmente, para los formadores de profesores y los investigadores en Didáctica de las Matemáticas.

En un estilo y formato comprensibles el libro plantea delicadas e importantes cuestiones sobre la naturaleza de las matemáticas, su lugar en la sociedad y en la escuela, así como sobre el papel del estudio de problemas matemáticos, las técnicas de resolución de problemas y la teoría correspondiente en el aprendizaje de las matemáticas.

El libro aporta varias nociones de gran interés para comprender la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y los factores que influyen en estos procesos. Se da gran importancia al concepto de *estudio*, que abarca tanto el trabajo personal de un alumno enfrentado a un problema, o a un contenido escolar, como también el trabajo del experto matemático que se enfrenta a un nuevo problema. La enseñanza es una ayuda más en el proceso de estudio, que es reinterpretado y presentado como un aspecto clave para el logro del aprendizaje.

De este modo, lo *didáctico* -entendido como lo relativo a los procesos de estudio- se reconoce no sólo en el estudio cooperativo en la escuela dirigido por el profesor, sino en la propia actividad del matemático profesional, en el seno de la propia familia, el estudio individual, etc.

La incorporación al discurso de la Didáctica de las Matemáticas de la noción de estudio, permite un nuevo punto de vista para afrontar su problemática, resaltando que los principales protagonistas del aprendizaje matemático son los propios

estudiantes. Los profesores dirigen el estudio y los padres ayudan a sus hijos a estudiar y a dar sentido al esfuerzo que se les pide. El fruto esperado de este esfuerzo conjunto es el aprendizaje de las matemáticas por parte de los alumnos.

El libro está organizado en cuatro capítulos o unidades con una estructura original. Las unidades comienzan presentando un «episodio» consistente en una entrevista de una periodista a profesores sobre una situación de estudio y enseñanza de las matemáticas en un instituto. Este episodio se usa como contexto para desarrollar el contenido de la unidad, usando los diálogos entre una supuesta profesora de Didáctica de las Matemáticas y uno de sus estudiantes. Las principales ideas que surgen en este análisis didáctico dialogado se sintetizan y completan con diversos comentarios, profundizaciones y anexos.

Como se ve la estructura de cada unidad es compleja pero está presentada de una manera comprensible, amena y eficaz para situar al lector ante la problemática tratada y comunicar las ideas de los autores.

Describimos, a continuación, sucintamente el contenido de cada unidad, utilizando parte de la información dada por los autores en los apartados de *síntesis* de las mismas.

Unidad 1: Hacer y estudiar matemáticas. Las matemáticas en la sociedad.

Se abordan cuestiones que están en la base del tema de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, como las siguientes: ¿qué son las matemáticas, en qué consisten y para qué sirve hacer matemáticas en la sociedad?

Con frecuencia en el seno del sistema de enseñanza de las matemáticas se tiene la creencia que las únicas necesidades sociales matemáticas son las que se derivan de la escuela. Este reduccionismo -o "enfermedad didáctica"- lleva a considerar que las matemáticas están hechas para ser enseñadas y aprendidas, que la «enseñanza formal» es imprescindible en todo aprendizaje matemático y que la única razón por la que se aprenden matemáticas es porque se enseñan en la escuela. Se reduce así el «valor social» de las matemáticas a un simple «valor escolar», convirtiendo la enseñanza escolar de las matemáticas en un fin en sí mismo.

«¿Qué hacer para que los alumnos se sitúen como matemáticos ante las cuestiones matemáticas que se les plantean en la escuela, y para que asuman ellos mismos la responsabilidad de sus respuestas?»

En esta primera unidad se describen los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como aspectos particulares del proceso de estudio de las matemáticas, entendiendo la palabra «estudio» en un sentido amplio que engloba tanto el trabajo matemático del alumno, como el del matemático profesional que también «estudia» problemas de matemáticas. Lo didáctico se identifica así con todo lo que tiene relación con el estudio y con la ayuda al estudio de las matemáticas, identificándose entonces los fenómenos didácticos con los fenómenos que emergen de cualquier

proceso de estudio de las matemáticas, independientemente de que dicho proceso esté dirigido a utilizar las matemáticas, a aprenderlas, a enseñarlas o a crear matemáticas nuevas. La Didáctica de las Matemáticas se define, por tanto, como la ciencia del estudio de las matemáticas.

Unidad 2: El currículo de matemáticas. Las matemáticas en la escuela

La visión antropológica que asumen los autores sobre las matemáticas les lleva a enfatizar su componente de actividad humana, y por tanto a presentar la idea de *obra matemática* como una noción importante para comprender los problemas de selección de los contenidos matemáticos a enseñar. Tanto la escuela como lo que en ella se enseña (el currículo) son obras abiertas, siempre inacabadas, que evolucionan con la sociedad, fruto de decisiones (o falta de decisiones) humanas. El currículo de matemáticas no es arbitrario, como tampoco lo es la manera en que se transforma la matemática en el seno de una institución escolar (transposición didáctica)

Para que un tema o contenido matemático (una obra en la terminología de los autores) forme parte del currículo obligatorio, además de que la sociedad considere su estudio interesante por sí mismo, debe ayudar a acceder a muchas otras obras de la sociedad. Pero existen dos peligros: que las matemáticas enseñadas sean en sí mismas inaccesibles para muchos jóvenes; que no conduzcan a ninguna parte, es decir, que se pierdan las cuestiones a las que dichas matemáticas responden y que, por tanto, aparezcan como una obra cerrada, muerta.

Unidad 3: Matemáticas, alumnos y profesores. Las matemáticas en el aula

Aquí se aborda el problema didáctico de encontrar o inventar situaciones que constituyan un buen «laboratorio» para que un grupo de alumnos pueda avanzar eficazmente en el estudio de un tema (una obra), en este caso, el álgebra elemental en 2 de ESO. De los Diálogos se desprende que una situación adaptada al estudio de una nueva cuestión debe cumplir dos condiciones inseparables:

- (1) La situación se debe poder elaborar con materiales pertenecientes al medio matemático de los alumnos, es decir, al conjunto de objetos cuyas propiedades se dan más o menos por sentado y que se puedan manipular de forma bastante segura. Es preciso que los alumnos tengan una verdadera familiaridad matemática.
- (2) La situación debe ser susceptible de generar algunas de las cuestiones que dan origen a la obra que se quiere estudiar. Esto significa que mediante una pequeña variación de ciertas tareas y cuestiones conocidas por los alumnos, ha de ser posible provocar la aparición de los principales tipos de problemas y técnicas que componen la obra en cuestión.

Puede darse el caso (y quizá sea esto lo más habitual) que, para una obra matemática concreta y un grupo determinado de alumnos, no se conozca ninguna situación que permita hacer avanzar de manera óptima a los alumnos en el estudio de la obra considerada, lo cual significará que el problema didáctico planteado no tiene una solución conocida.

Pero incluso si se dispone de una buena situación para avanzar en el estudio de la cuestión planteada, no todo queda en manos del saber hacer del profesor. El rendimiento de las técnicas didácticas depende ante todo del *contrato didáctico* en el que actúan conjuntamente profesor y alumnos. Es éste el que define lo que ser posible o imposible hacer en clase, lo que tendrá sentido para los alumnos y el profesor de una manera compartida. Antes de ser eficaces, las técnicas didácticas tienen que ser aceptables y significativas para los actores del sistema didáctico.

Para entender los hechos didácticos que pueden observarse en una clase de matemáticas, es preciso interrogarse sobre la estudiabilidad de la cuestión matemática planteada y sobre las restricciones que emanan del contrato didáctico.

Unidad 4: La estructura del proceso de estudio. Las matemáticas en vivo

Una obra matemática surge siempre como respuesta a una cuestión o a un conjunto de cuestiones. Pero, ¿en qué se materializa dicha respuesta? En una primera aproximación podremos decir que la respuesta matemática a una cuestión cristaliza en un conjunto organizado de objetos ligados entre sí por diversas interrelaciones, esto es, en una organización matemática. Dicha organización es el resultado final de una actividad matemática que, como toda actividad humana, presenta dos aspectos inseparables: la *práctica matemática* o «*praxis*» que consta de *tareas y técnicas*, y el discurso razonado o «*logos*» sobre dicha práctica que está constituido por *tecnologías y teorías*.

No hay *praxis* sin *logos*, pero tampoco hay *logos* sin *praxis*. Al unir las dos caras de la actividad matemática se obtiene la noción de *praxeología*: para responder a un determinado tipo de cuestiones matemáticas hay que elaborar una *praxeología matemática* constituida por un tipo de problemas determinado, una o varias técnicas, su tecnología y la teoría correspondiente.

Elaborar una *praxeología matemática* supone para cualquier «estudiante», ya sea matemático investigador o alumno de matemáticas, entrar en un proceso de estudio que, como tal, no es un proceso homogéneo sino que está estructurado en diferentes momentos. Dichos momentos hacen referencia a una dimensión o aspecto de la actividad de estudio, más que a un período cronológico preciso.

Los autores distinguen los siguientes momentos puestos en relación con los diferentes elementos que constituyen la obra matemática y con las relaciones que se establecen entre ellos:

- 1) *Primer encuentro* con los objetos matemáticos que constituyen un tipo de problemas.

- 2) *Exploratorio*. Durante esta fase se explora el tipo de problemas intentando construir una técnica adecuada para abordarlo en su conjunto, o bien para un subtipo.
- 3) *Trabajo de la técnica*. Dominio, puesta a punto y nueva creación de técnicas matemáticas. Es un momento que desempeña un papel integrador, ya que supone el desarrollo natural del momento exploratorio y por ello creador de nuevos objetos matemáticos, y también como la fuente de las necesidades tecnológico-teóricas. De aquí se deduce que si no se presta suficiente atención a esta dimensión de la actividad matemática se crea un abismo entre la exploración puntual y rígida de problemas por un lado, y los discursos «teóricos» (justificativos e interpretativos) por otro.
- 4) *Tecnológico-teórico*. Este momento se refiere a los dos niveles de justificación de la práctica matemática: la tecnología de la técnica, que se mantiene más cerca de la técnica, y la teoría, un poco más alejada.
- 5) *Institucionalización*. En algún momento, el profesor -o el propio estudiante, sea matemático o alumno- deber fijar cuál será la «buena técnica» de resolución de una tarea, así como a la organización matemática en su conjunto y en toda su complejidad. Se institucionalizan elementos tecnológicos y teóricos, los subtipos de problemas, etc. Si el matemático no quiere perderse entre todo lo que está haciendo, con cierta regularidad, tendrá que institucionalizar el producto de su trabajo: precisar qué técnica utiliza, qué elementos forman parte del entorno tecnológico-teórico -y cuáles no-, a qué subtipos de problemas se puede aplicar la técnica y a cuáles no, etc. Si no realiza este proceso, su propia actividad se volverá ilegible para él mismo.
- 6) *Evaluación* de la obra matemática en su conjunto. Se trata aquí del momento en el que se pone a prueba el dominio de la obra. El estudiante debe ponerse a prueba, evaluarse, constatar si domina o no el nuevo objeto.

En cada unidad se incluyen, además, varias cuestiones y problemas matemáticos -presentados como '*pequeños estudios matemáticos*'- que se proponen al lector, para los que se ofrecen diversas vías y ayudas al estudio, que permiten superar posibles bloqueos y se agrupan al final del libro. Según los objetos matemáticos puestos en juego en cada caso, estas vías de estudio están clasificadas en cuatro niveles de dificultad, abarcando la secundaria obligatoria, bachillerato, primeros ciclos de carrera universitaria y licenciatura.

Los «pequeños estudios matemáticos», no son, por tanto, una simple colección de problemas resueltos, ya que cada cuestión abierta puede ser abordada de forma diversa, y las ayudas intermedias ofrecidas dejan un margen de iniciativa y esfuerzo personal al estudiante, acorde con la teoría didáctica desarrollada en los diálogos entre la profesora y el estudiante.

Como profesor de matemáticas e investigador en Didáctica de las Matemáticas sólo me resta agradecer a los autores Yves Chevallard, Marianna Bosch y Josep Gascón, el excelente trabajo realizado y congratularme de que esta primera edición se haya escrito en castellano. Espero que el éxito editorial que les auguro contribuya en breve plazo a que sea traducido a otras lenguas, aumentando de este modo su influencia en la mejora del estudio de las matemáticas a nivel internacional.

Juan Díaz Godino
Departamento de Didáctica de la Matemática
Universidad de Granada