

¿Cómo funciona una calculadora científica?

RESUMEN. Se describen los bloques elementales que constituyen una calculadora científica de lógica algebraica de operaciones, y se explica su funcionamiento.

Las calculadoras modernas, a pesar de sus reducidas dimensiones, son dispositivos sumamente complejos. Los principios en que se basa su funcionamiento son análogos en gran medida a los de las modernas computadoras. Esto no es de asombrar, por cuanto las calculadoras heredaron de las computadoras algunos bloques y dispositivos funcionales. En el presente trabajo intentamos describir, de manera sencilla, los bloques elementales que constituyen a una calculadora científica diseñada con base en la lógica algebraica de operaciones. La Fig. 1 contiene el diagrama simplificado de una calculadora científica moderna, mediante el cual será posible entender cómo funciona.

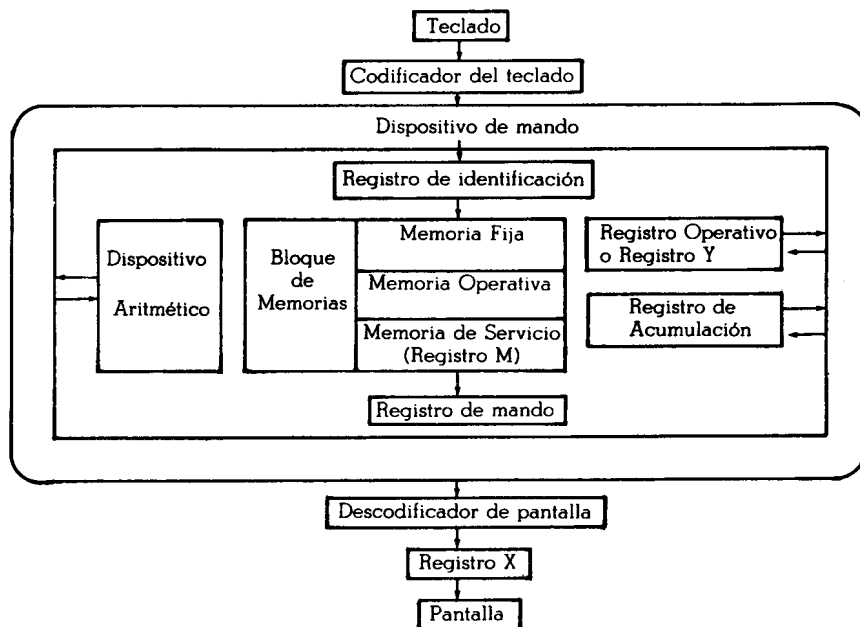


Figura 1: Esquema simplificado de los bloques funcionales de una calculadora científica de lógica algebraica de operaciones.

José Ramón Jiménez Rodríguez

Depto. de Matemáticas
Universidad de Sonora, México

Como cualquier otro aparato electrónico de cálculo, la calculadora posee un *dispositivo de entrada*, cuya función la cumple el *teclado*, y también un *dispositivo de salida* en forma de *pantalla*. El usuario tiene acceso directo a estos dos dispositivos.

El *teclado* de una calculadora consiste en un conjunto de teclas, cuyo número varía de un modelo a otro. En cada tecla y encima de ella (en algunos modelos también *abajo*) se hallan colocados ciertos símbolos relacionados con las funciones de la tecla.¹ El hecho de que cada tecla sea *multifuncional* permitió compactar las dimensiones de las calculadoras, reduciéndolas al tamaño que hoy tienen. Para accionar la segunda función de una tecla es necesario presionar previamente 2nd. En algunos modelos no existe esta tecla, sino INV que tiene un cometido análogo, aunque con un sentido diferente.

La *pantalla* de la calculadora consiste en ocho celdas (o más, de acuerdo con el modelo), y cada una de estas celdas, a su vez, está constituida por siete segmentos (Fig. 2a). Con ayuda de tales elementos se pueden reproducir los nueve dígitos y el

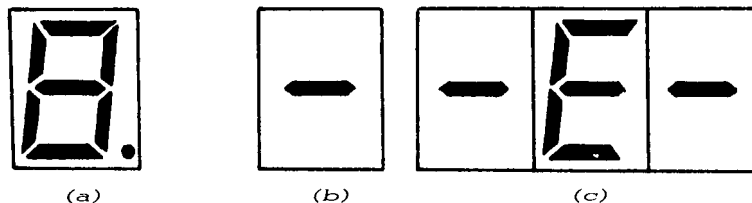


Figura 2: a) celda de siete segmentos; b) celda de un segmento; c) bloque de tres celdas para indicar rebosamiento o error.

ceros, así como también el punto decimal (Fig. 3), cuya función la desempeña el punto en el ángulo inferior derecho. Además, las calculadoras también poseen, por regla general,



Figura 3: Representación de los nueve dígitos y el cero mediante celdas de siete segmentos.

un bloque de un segmento (Fig. 2b), con ayuda del cual se simboliza el signo “-” de un número, y también un bloque de tres celdas

-E-

que simboliza el rebosamiento de la capacidad de la calculadora, o la incorrección de una operación (Fig. 2c).

El número de bloques en la pantalla depende de la capacidad de operación de la calculadora. Normalmente, este número es igual a 8; esto es, la pantalla puede representar un número de 8 dígitos. Algunas calculadoras avanzadas pueden representar números de hasta 12 dígitos.

¹ En algunos modelos avanzados de calculadoras programables, una tecla puede realizar siete o más funciones.

Con el fin de que la calculadora "comprenda" la información introducida por el usuario mediante el teclado, es necesario procesar dicha información; esto es, presentarla en forma de una cierta sucesión de impulsos eléctricos, o sea codificarla. Sólo después de esto la calculadora puede procesar la información.

Cuando la información ha sido procesada, la calculadora debe proporcionar el resultado a través de la pantalla. Por esta razón, la información es sometida a una descodificación con el fin de que sea posible conectar en la pantalla la sucesión adecuada de bloques para representar un cierto resultado.

Estas dos funciones de codificación y descodificación en la calculadora las realizan el *dispositivo codificador del teclado* y el *dispositivo descodificador de la pantalla*. El usuario no tiene acceso a estos dispositivos.

La información que la calculadora recibe mediante el teclado, una vez que ha sido codificada, es transmitida para su ulterior procesamiento a una serie de dispositivos especiales, llamados *registros*. Cada uno está reservado para conservar "porciones" aisladas de información, las cuales se utilizan durante el procesamiento global de ésta.

Uno de tales registros es el *registro de la pantalla*, comúnmente llamado *registro X*, o simplemente *RX*. Su presencia en la calculadora se explica por el hecho de que la información introducida a la pantalla, por lo común se halla destinada a utilizarla en los cálculos subsiguientes. Por esta razón, es necesario almacenar esa información en algún lugar, y hacerlo en forma codificada. Precisamente con este objetivo existe el registro de la pantalla *RX*.

Entre las operaciones que la calculadora "sabe" ejecutar, pueden consignarse dos grupos: las *operaciones unarias* (por ejemplo \log , $\sqrt{\quad}$, \cos , etc.), y las *operaciones binarias* ($+$, $-$, \times , \div). Las operaciones unarias se caracterizan por el hecho de que para efectuarlas se requiere solamente de un número, por ejemplo, $\log 3$, $\sqrt{625}$, $\cos 45$, etcétera. En cambio, las operaciones binarias se realizan con *pares* de números; por ejemplo, $2 + 3$, $2.4 - 1.1$, 2×5 , $3 \div 4$, etcétera.

Naturalmente, al ejecutar una operación unaria se requiere almacenar sólo un número, el que después de efectuada la operación, por regla general, ya no vuelve a ser utilizado. Por esta razón, al ejecutar las operaciones unarias se usa únicamente el registro de la pantalla: el número que se encuentra almacenado en el registro *RX* en forma codificada, es extraído de allí y con él se ejecuta la operación unaria deseada; luego el resultado de la operación es introducido, en forma de respuesta, al registro de pantalla, sustituyendo al número que inicialmente allí se encontraba.

Sin embargo, en el caso de una operación binaria el registro de la pantalla es insuficiente, por cuanto ahora se requiere almacenar dos números; por ejemplo, ambos sumandos de $2 + 3$. Por supuesto, uno de ellos puede ser almacenado en el registro de la pantalla, pero para almacenar el otro es necesario un registro especial. Tal registro se llama *registro operativo*, *registro Y*, o simplemente *RY*.

En este momento es necesario señalar que el número que se introduce en la pantalla no se almacena de manera inmediata en el registro operativo. Esto se explica por el hecho de que, una vez que dicho número ha sido introducido, la calculadora aún no "sabe" qué tipo de operación ejecutará con él, si se tratará de una operación unaria o de una operación binaria. Por esta razón, la calculadora inicialmente almacena el número solamente en el registro *RX* y queda "en espera" de que se le indique la operación que se desea ejecutar. En cuanto se introduce una operación binaria (por ejemplo, oprimiendo la tecla $\boxed{+}$), el número almacenado en el registro *RX* es extraído de allí y almacenado en

el registro operativo RY. Más exactamente, una copia de dicho número es almacenada en el registro RY, quedando sin modificación el contenido del registro RX. En lo sucesivo, el registro de la pantalla se utiliza para almacenar el segundo componente de la operación (el segundo operando). Luego de oprimir la tecla $\boxed{=}$ (o cualquiera de las teclas $\boxed{+}$, $\boxed{-}$, $\boxed{\times}$, $\boxed{\div}$), respetando la jerarquía de operaciones), la calculadora realiza la operación deseada y el resultado es colocado en el registro RX. El número que, hasta antes de ejecutar la operación, se encontraba en el registro RX, se desplaza al registro RY.

$a + b$				$a - b$			
Teclas	Pantalla	RX	RY	Teclas	Pantalla	RX	RY
C	0	0	0	C	0	0	0
a	a	a	0	a	a	a	0
+	a	a	a	-	a	a	a
b	b	b	a	b	b	b	a
=	$a + b$	$a + b$	0	=	$a - b$	$a - b$	0

$a \times b$				$a \div b$			
Teclas	Pantalla	RX	RY	Teclas	Pantalla	RX	RY
C	0	0	0	C	0	0	0
a	a	a	0	a	a	a	0
\times	a	a	a	\div	a	a	a
b	b	b	a	b	b	b	a
=	$a \times b$	$a \times b$	0	=	$a \div b$	$a \div b$	0

a^b				$a^{1/b}$			
Teclas	Pantalla	RX	RY	Teclas	Pantalla	RX	RY
C	0	0	0	C	0	0	0
a	a	a	0	a	a	a	0
x^y	a	a	a	$x^{1/y}$	a	a	a
b	b	b	a	b	b	b	a
=	a^b	a^b	0	=	$a^{1/b}$	$a^{1/b}$	0

Figura 4: Estado de los registros durante las operaciones aritméticas binarias

De este modo, el registro operativo RY se halla destinado a almacenar los siguientes componentes de las operaciones: el primer sumando, el minuendo, el multiplicando y el dividendo, los que a su vez son luego sustituidos (una vez

ejecutada la operación) por el segundo sumando, el sustraendo, el multiplicador y el divisor, respectivamente. Las tablas de la Fig. 4 ilustran el estado de los registros RX y RY durante las operaciones aritméticas binarias.

El uso hábil del registro RY permite simplificar muchas operaciones de cálculo relacionadas con las funciones elementales. Así, por ejemplo, para evaluar la función $f(x) = \text{sen } x/x$ podemos usar la siguiente secuencia:

$$x \quad \boxed{\div} \quad \boxed{\text{sen}} \quad \boxed{=} \quad \boxed{\text{INV}} \quad \boxed{1/x}$$

Análogamente, para evaluar la función $f(x) = xe^{-x}$ se puede usar el registro RY implementando la secuencia.

$$x \quad \boxed{\times} \quad \boxed{+/-} \quad \boxed{\text{INV}} \quad \boxed{\ln} \quad \boxed{=}$$

La Fig. 5 ilustra el estado de los registros RX y RY durante la ejecución de estas secuencias.

$f(x) = \text{sen } x/x$				$f(x) = xe^{-x}$			
Teclas	Pantalla	RX	RY	Teclas	Pantalla	RX	RY
C	0	0	0	C	0	0	0
x	x	x	0	x	x	x	0
÷	x	x	x	×	x	x	x
sin	sen x	sen x	x	+/-	-x	-x	x
=	x/sen x	x/sen x	0	INV	-x	e^{-x}	x
INV	x/sen x	x/sen x	0	ln	e^{-x}	e^{-x}	x
1/x	sen x/x	senx/x	0	=	xe^{-x}	xe^{-x}	0

Figura 5: Estado de los registros durante la evaluación de las funciones $\text{sen } x/x$ y xe^{-x} .

En general, toda expresión del tipo $x F(x)$, donde $F(x)$ es cualquiera de las funciones matemáticas que se realizan mediante una tecla (sen, cos, tan, ln, e^x , etc.), se puede evaluar usando el registro RY mediante la secuencia

$$\boxed{x} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{[F(x)]} \quad \boxed{=}$$

Aquí $[F(x)]$ simboliza la tecla que realiza la función dada. De manera análoga, una expresión del tipo $[F(x)]/x$ se evalúa mediante la secuencia

$$x \quad \boxed{\div} \quad \boxed{[F(x)]} \quad \boxed{=} \quad \boxed{\text{INV}} \quad \boxed{1/x}$$

En algunos modelos de calculadoras se permite el acceso al registro RY. Esto se hace por medio de la tecla $X \leftrightarrow Y$. Al oprimirla tiene lugar el intercambio de los contenidos de ambos registros: el número que estaba en la pantalla (registro RX) se desplaza al registro RY, mientras que el que estaba en este último se desplaza al registro de la pantalla RX, haciéndolo visible. Al oprimir por segunda vez la tecla $X \leftrightarrow Y$ se restablece la configuración inicial.

El registro de acumulación de la calculadora se asemeja a una alcancía, en la cual las monedas son introducidas una por una para después sacarlas todas juntas. El papel de este registro se halla condicionado por las particularidades de los procesos de cálculo que tienen lugar en la calculadora; esto es, de las "fórmulas" o algoritmos de acuerdo con los cuales se efectúan las operaciones.

Para ilustrar el funcionamiento del registro de acumulación consideremos el siguiente ejemplo sencillo: evaluar la suma $12345 + 6789$. Al efecto, recordemos cómo ejecutamos esta operación "a mano", columna por columna:

$$\begin{array}{r} 12345 \\ + 6789 \\ \hline \end{array}$$

Como ya sabemos, se empieza a realizar esta operación con la columna de las unidades. Enseguida, y tomando en consideración la consabida regla de "llevar la unidad", pasamos a sumar las columnas de las decenas, luego la de las centenas, etcétera.

De manera análoga lo hace la calculadora; esto es, primeramente suma las unidades, luego las decenas, después las centenas, etcétera. Al efecto, surge la necesidad de fijar en alguna parte la cantidad de unidades, decenas, centenas, etcétera (para nosotros no es problema, lo hacemos en el cuaderno), con el fin de obtener a partir de ellas el resultado final. Precisamente con este fin existe el registro de acumulación.

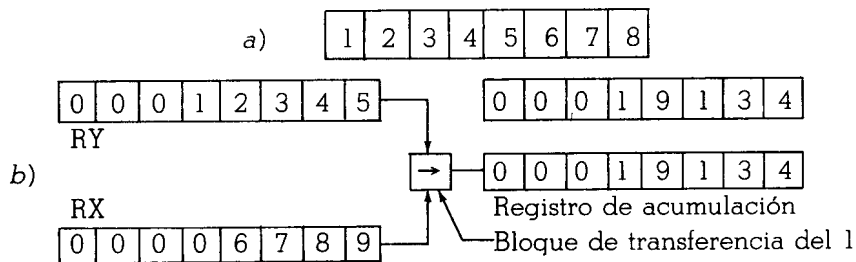


Figura 6: Interacción del registro de acumulación con los registros RX y RY.

Con el fin de comprender mejor de qué manera ocurre el "acumulamiento", analicemos la Fig. 6. En la parte (a) se ha representado convencionalmente un bloque de ocho dígitos y se muestran las ocho celdas que lo constituyen; en cada una se almacena un dígito. La parte (b) de la figura ilustra el proceso de interacción de los tres registros, durante la operación de suma señalada.

De los registros RY y RX se extraen las unidades (5 y 9, respectivamente), se suman ($5 + 9 = 14$), y luego el número 4 (correspondiente a las unidades) se coloca en la columna de las unidades del registro de acumulación, y el 1 de las decenas se suma al resultado en el siguiente paso, esto es, después de sumar 8 y 4 al resultado se le agrega $1(8 + 4 + 1 = 13)$. Ahora el número 3 se coloca en la columna de las decenas del registro de acumulación, y el 1 se suma al resultado del paso siguiente, etcétera.

Cuando se llega a ejecutar la operación con la última columna (0 y 0, en este caso), si resulta que hay que "guardar" 1 después de la operación, la calculadora "comunica" acerca de la imposibilidad de finalizar los cálculos en vista de

que todas las columnas del registro de acumulación ya están ocupadas. En tal caso, se verá aparecer en la pantalla el símbolo

-E-

de rebosamiento. Si no es necesario "guardar" 1 (como en el ejemplo que estamos analizando), la calculadora puede finalizar la operación, colocando en la última columna del registro de acumulación el resultado del último paso (en nuestro caso 0); con esto la operación de suma queda ejecutada y la calculadora comunica el resultado (19134) a través del registro RX.

El *bloque de memorias* de la calculadora, en relación con los demás registros, ocupa un lugar especial: no tiene una relación directa con el *dispositivo de mando* (Fig. 1). Esto se explica por la especificidad de las funciones que realiza. De manera convencional, el bloque de memorias podemos imaginarlo como dividido en tres secciones: la *memoria fija*, la *memoria operativa* y la *memoria de servicio*.

En la *memoria fija* de la calculadora se guardan todos los programas para los cálculos que la máquina "sabe" realizar, las reglas de los signos, la regla de "llevar 1", etcétera.

La *memoria operativa* se distingue sustancialmente de la memoria fija, tanto en volumen como en funciones. Esto se explica por las singularidades de la distribución de la información que entra por el teclado. Dicha información es completamente heterogénea: está constituida por números y operaciones. Como ya lo hemos señalado, los números se almacenan en registros especiales. Pero, con el fin de que la calculadora "sepa" qué hacer con dichos números, es también necesario fijar de algún modo las operaciones. Además, la calculadora debe ser capaz de discernir si el usuario no ha cometido algún error al introducir los datos numéricos y las operaciones, cuáles son las reglas para efectuar dichas operaciones, etcétera. Para fijar temporalmente este tipo de información existe la memoria operativa de la calculadora.

La tercera sección del bloque de memorias es la *memoria de servicio*. Es ésta precisamente la que el usuario tiene en mente cuando se refiere a la "memoria". Para la memoria de servicio se destinan varias celdas especiales (su cantidad varía de acuerdo con el modelo), que el usuario puede identificar de algún modo e introducir en ellas a su antojo cualesquiera números que no excedan la capacidad de la calculadora. Los modelos más sencillos disponen de una sola celda de memoria, a la que se puede tener acceso oprimiendo la tecla MR (Memory Recall). La función de la tecla M_{in} consiste en almacenar en la celda de memoria el número que en ese momento se tiene en la pantalla. Esta única celda de memoria se conoce como *registro de la memoria*, o *registro M*, o simplemente RM. La tecla X ↔ M permite intercambiar los contenidos de los registros RX y RM.

En los modelos más avanzados de calculadoras científicas, la memoria de servicio puede contener varias celdas independientes.

Con el bloque de memorias de la calculadora se hallan íntimamente relacionados dos registros: el *registro de identificación* y el *registro de mando* (Fig. 1). El registro de identificación analiza toda la información que se recibe en el bloque de las memorias. Según el contenido de dicha información, este dispositivo encuentra y señala las direcciones² (los códigos) de los programas res-

² Por lo general, se trata de las claves o etiquetas de los programas correspondientes.

pectivos, los cuales se encuentran en la memoria fija, y que se requieren para ejecutar la operación deseada.

El bloque de las memorias, al "saber" los códigos de tales programas, los extrae y los usa en los cálculos. Como resultado de las operaciones, surge la necesidad de distribuir la información procesada por el bloque de memorias hacia otros dispositivos y registros. Ya que el bloque de memorias no puede hacerlo, pues no es esa su función, se requiere de otro registro especial. A este fin sirve el *registro de mando*.

Para simplificar el funcionamiento de la calculadora, con frecuencia se utiliza un *dispositivo aritmético* (Fig. 1), cuyos principios de funcionamiento son análogos a los del bloque de memorias. A primera vista podría parecer que la presencia de este dispositivo es innecesaria, por cuanto los programas para los cálculos se hallan almacenados en el bloque de memorias. Sin embargo, resulta que si los programas para ejecutar las operaciones aritméticas de suma, resta y los casos más simples de multiplicación (por ejemplo, multiplicación de un entero por un entero) se transfieren a un dispositivo especial —capaz de realizar estas operaciones— entonces la velocidad de operación de la calculadora aumenta y se simplifica también el funcionamiento del bloque de memorias.

El *dispositivo de mando* organiza y controla el funcionamiento conjunto de todos los dispositivos y registros de la calculadora. Con su ayuda se lleva a cabo la distribución y redistribución de la información hacia los diferentes registros y dispositivos, la transferencia al dispositivo aritmético, etcétera.

Referencias

LODATKO, YE. A. *Lo que los escolares deben de saber acerca de las calculadoras.* Editorial Prasvischénie. Moscú, 1985. (En ruso).

WENZELBURGER GUTTENBERGER, ELFRIEDE: *Guía práctica para el uso de la calculadora en la enseñanza de la matemática.* Versión en manuscrito. 1989.

SA de CV
Grupo Editorial Iberoamérica

Río Georges 64-06500 México, D.F. - Tel. 2087681 - 2086002 - 2086093 - Fax 2086677



ÁLGEBRA ELEMENTAL

ALFONSE GOBRAN Los Angeles Harbor College.

Traductor:

M. en C. EDUARDO OJEDA PEÑA. University of Arizona, E.U.A.
Universidad Autónoma de Guadalajara (UAG) Guadalajara, México.

ÁLGEBRA ELEMENTAL

