

La Reflexión en la Práctica de la Enseñanza de las Matemáticas

Cuatro maestros extraordinarios

Resumen

Cuatro docentes de Estados Unidos han sido considerados como *Maestros Extraordinarios* de Matemáticas. Se resumen las características de estos cuatro profesores en tres rubros: 1) su preparación matemática y su conocimiento del contenido matemático; 2) sus concepciones acerca de las matemáticas, acerca del aprendizaje, acerca de la enseñanza, acerca de los papeles de los alumnos y maestros, y acerca de la evaluación del aprendizaje; y 3) sus prácticas de enseñanza. Este proyecto se centró en el aprendizaje y enseñanza de los conceptos de número racional y cantidad en los grados 5^o, 6^o y 7^o. Los datos fueron recogidos por medio de entrevistas, exámenes sobre conocimiento matemático, y discusiones durante una serie de seminarios, así como observaciones de su actividad en el salón de clases. Una característica importante de estos cuatro maestros fue su cualidad reflexiva.

Introducción

Los maestros son las figuras claves para cambiar la forma en que las matemáticas son aprendidas y enseñadas en las escuelas.
Professional Standards for Teaching Mathematics (p. 2)

El propósito de este estudio fue identificar maestros que están cambiando la forma en que las matemáticas son enseñadas y aprendidas, y describir las carac-

Alfinio Flores Peñañiel

Arizona State University

Randolph A. Philipp Judith T. Sowder

Bonnie Schappelle

San Diego State University

terísticas de ellos en cuanto a su formación, su concepción de la enseñanza, y su práctica docente.

No existe todavía información publicada sobre aquellos maestros extraordinarios que están profundamente comprometidos con una mejor enseñanza de las matemáticas, y en los que el proceso de cambio que necesariamente acompaña dicho compromiso, haya sido más bien motivado interiormente y no tanto iniciado por su participación en un proyecto de investigación. Necesitamos describir a estos docentes, entender mejor qué los motiva y cómo ese compromiso se refleja en el salón de clase. Esta clase de evidencia puede convencer a otros maestros comprometidos con el cambio que no están solos en este proceso, a veces doloroso. Este tipo de entendimiento ayudará a los que forman maestros y a los maestros ejemplares, a infundir en otros una apreciación más profunda de lo que significa *enseñar matemáticas*.

Los criterios que utilizamos para calificar a estos profesores como extraordinarios son los siguientes: Son reconocidos dentro de la comunidad local de educación matemática, han elegido participar en programas de desarrollo profesional, actúan en la asociación de profesores de matemáticas de la ciudad, y frecuentemente son escogidos para participar en proyectos locales y estatales, tales como reforma de planes y programas, y de evaluación, proyectos de liderazgo profesional y de investigación, y programas de desarrollo profesional para otros maestros de matemáticas. El uso de estos criterios contrasta con los usuales en Estados Unidos, que utilizan las calificaciones de los alumnos en exámenes estandarizados, y la recomendación por parte de los directores.

Este reporte está dividido en tres secciones. En la primera examinamos la preparación de los maestros para enseñar matemáticas y su conocimiento de éstas. En la segunda discutimos sus concepciones acerca de las matemáticas, acerca del aprendizaje, acerca de la enseñanza, acerca del papel del maestro y el papel de los alumnos en el salón de clases. La tercera sección discute sus prácticas docentes, cómo los maestros preparan su clase y resumimos sus descripciones de clases típicas. La información fue recabada a través de entrevistas con los maestros al principio del proyecto (véase el Apéndice 1), de una evaluación escrita de su conocimiento de contenido, y de nuestras interacciones con ellos durante los seminarios de tres horas, seis veces en un periodo de tres meses. Los seminarios se enfocaron en el contenido de los grados 5^o, 6^o y 7^o. En Estados Unidos los alumnos ingresan al primer grado a los 6 ó 7 años, de modo que las edades de los alumnos son iguales en general a las edades de los alumnos en México en los grados correspondientes. Los datos se complementaron mediante observaciones directas de su actividad en el salón de clase. Estas observaciones fueron hechas por dos investigadores al mismo tiempo, quienes tomaron apuntes durante ellas. Además, las clases observadas fueron grabadas. Un reporte escrito fue elaborado entre ambos observadores inmediatamente después de cada observación. En el reporte, además de un breve resumen y observaciones generales se hicieron anotaciones en cuatro rubros: 1) Contenido matemático de la clase; 2) Representaciones de enseñanza y herramientas utilizadas; 3) Oportunidades para desarrollar ideas matemáticas, y 4) Espacio intelectual (véase en el Apéndice 2 preguntas detalladas sobre estos cuatro rubros).

Es importante señalar que los cuatro profesores manifiestan congruencia entre lo que dicen en las entrevistas y lo que hacen en el aula, de modo que lo

que se reporta en este artículo va más allá de simplemente reflejar el conocimiento que estos cuatro maestros tienen de documentos de cómo mejorar la enseñanza de las matemáticas, como los publicados por NCTM (1989, 1991), sino que reflejan fielmente su quehacer diario en el salón de clase. Los datos más detallados de las observaciones de clase serán publicadas posteriormente en cuatro estudios de casos. Estos maestros evolucionaron profesionalmente de manera gradual a lo largo de varios años, en buena medida ayudados por sistemas de apoyo. Este artículo refleja el estado de desarrollo actual, las concepciones actuales y la práctica hoy en día de estos maestros. La visión que tienen estos maestros de su desarrollo profesional a lo largo de los años será objeto de otro trabajo. Los cuatro maestros serán identificados como Jo, Becky, Alyssa y Steve.

Formación de los maestros

Preparación para enseñar matemáticas

Estos cuatro maestros obtuvieron preparaciones muy diferentes para enseñar matemáticas. Jo sólo tomó un curso de métodos de enseñanza, y siempre había odiado las matemáticas. No fue sino hasta que se involucró en el proyecto Madison, que eso cambió. Alyssa también tenía sentimientos negativos hasta que estudió en una escuela alternativa donde la matemática se enseñaba a través de experiencias y actividades. En la universidad, sólo cursó una materia de contenido y una de métodos. Steve y Becky tuvieron una preparación más amplia en matemáticas. De los cuatro, sólo Steve indicó que un curso de la universidad, uno de métodos de enseñanza, influyó en su práctica docente.

Lo que sí influyó en estos cuatro maestros fueron las actividades de desarrollo profesional en las que posteriormente se involucraron. Motivados por lo que ocurría en sus salones de clases, buscaron oportunidades para convertirse en mejores maestros, y a su vez estas experiencias generaron en ellos un profundo interés por la enseñanza de las matemáticas. Tres de los cuatro profesores han estado activos en proyectos de matemáticas durante varios años, primero aprendiendo, y luego como docentes magistrales. Tres de los cuatro han llevado a cabo estudios de maestría con énfasis en educación matemática. Debe notarse, sin embargo, que este compromiso con la enseñanza de las matemáticas se dio de forma gradual.

Los documentos estatales (California Department of Education, 1985) y de organizaciones profesionales (NCTM, 1989) han tenido un profundo impacto en estos maestros. Becky afirma que tales documentos han influido "increíblemente" en su enseñanza y los ha encontrado "liberadores". De manera semejante, Alyssa estaba "jubilosa" al leerlos, pues eran una validación de lo que hacía. Jo tiene ejemplares tanto en su casa como en la escuela de los "Estándares" para consultarlos con facilidad. Steve agradece al proyecto de desarrollo profesional por permitirle "adentrarse realmente" en estos documentos.

Conocimiento de las matemáticas de los grados 5º, 6º y 7º

El conocimiento matemático de estos maestros fue evaluado mediante un examen escrito y la discusión posterior de las respuestas, mediante preguntas durante las entrevistas, y mediante la discusión de problemas planteados durante

los seminarios. El examen se centró en conceptos relacionados con números racionales, fracciones, tantos por ciento, razones y razones de cambio. El examen incluyó preguntas sobre diferentes formas de trabajar con estos conceptos; por ejemplo, cálculo y estimación con números racionales, ordenación de números racionales, reconocimiento de diferentes representaciones de números racionales, interpretación de partes fraccionarias y porcentos de figuras geométricas, problemas de razón y proporción, problemas de razón de cambio, y análisis de respuestas de alumnos.

Concepto de número y sentido numérico. El propósito principal de incluir preguntas computacionales en el examen era ver si los maestros utilizaban métodos no estándares para resolverlos; por ejemplo, utilizando sentido numérico. En términos generales, los maestros no tuvieron ninguna dificultad para calcular y utilizaron procedimientos no algorítmicos y computaciones mentales tanto como pudieron. Por ejemplo al resolver $5/8 + 9/18$, tres de los cuatro inmediatamente se dieron cuenta que eso era igual a $5/8 + 1/2$. Cuando se les pidió que ordenaran $5/8, 3/10, 3/5, 1/4, 2/3$ y $1/2$, dos usaron $1/2$ como punto de referencia, y luego compararon las distancias a $1/2$, mientras que dos utilizaron equivalentes decimales. Para colocar el punto decimal en $4.5 \times 51.26 = 02306700$, tres estimaron 4×50 , y uno usó una calculadora. Todos dieron 1 como una buena estimación de $6/13 + 5/8$; todos estimaron 15% de 49 sin problema.

Cuando se les preguntó qué se entendía por el sentido de un número racional, uno dijo que significaba "entender lo que ese número representa. . . Si se tiene 0.5 de algo, significa que tienes la mitad de algo, lo mismo que cinco décimos". Otro dijo que un ejemplo podía ser tener "idea que ocho novenos es muy próximo a un entero."

Operaciones, propiedades y razonamiento matemático. Estos cuatro maestros entienden bien los principios algebraicos y los pueden usar apropiadamente. Usan con confianza las propiedades de los números, tales como identidad y los inversos aditivos y multiplicativos. También mostraron que pueden juntar partes diferentes de su conocimiento para dar sentido a un problema. Por ejemplo, el tema de las fracciones negativas no se ve en su clase, pero las fracciones positivas y los enteros (positivos y negativos), sí se enseñan. Cuando se les pidió mostrar que $-(1/3) = (-1)/3$, uno de los maestros representó a cada uno de los números en la recta numérica: " $-(1/3)$ es la imagen simétrica de $1/3$ " y " $(-1)/3$ es -1 dividido en tres partes iguales, y tomamos la primera parte", demostrando así la igualdad.

Los profesores mostraron conocimiento de las diferentes concepciones de número racional. No se limitaron a la noción de parte de un todo. Durante la entrevista, Steve relacionó las fracciones con la división, con razones, con proporciones y con probabilidad. Durante las discusiones los números racionales fueron considerados como partes de un todo, como partes de una colección, como división, como herramientas de medición, como razones, razones de cambio, promedios y probabilidades. Algunos tópicos como suma de razones, problemas de razones de cambio y promedios ponderados, fueron difíciles para los maestros. Algunas de sus respuestas mostraron evidencia no sólo de lagunas en su comprensión y conocimiento, sino también algunas concepciones erróneas, en particular en diferencias entre cómo tratar razones y fracciones, y en razones de cambio.

El deseo de entender de estos maestros fue notable. Nunca se contentaban con respuestas que no pudieran entender completamente, e insistían en elaborar un significado y en ayudarse unos a otros a hacerlo.

Contenido combinado con pedagogía. Las entrevistas, las respuestas del examen y las discusiones siguientes nos permiten afirmar que tales profesores poseen un conocimiento bastante a fondo, muy bien pensado, de las matemáticas correspondientes a los grados en que enseñan. En buena medida la comprensión ha sido construida por ellos mismos. Su conocimiento es rico en conexiones y representaciones y en significados alternos, en especial el cómo presentar estos conceptos y procedimientos de manera que tengan sentido para sus alumnos. Su conocimiento de las matemáticas parece estar basado pedagógicamente. Tal vez la característica más notable de estos maestros reflexivos es la forma en que su conocimiento del contenido matemático está inextricablemente entrelazado con su práctica docente. Al aprender nuevas ideas durante los seminarios, los maestros frecuentemente construyeron su propio conocimiento, pero siempre con sus alumnos en mente. Aunque tuvieran otros medios matemáticos con los cuales dar sentido y explicar un problema (por ejemplo, utilizando álgebra), preferían usar métodos y procedimientos que estuvieran al alcance de sus alumnos.

La concepción del maestro de la enseñanza de las matemáticas

El patrón que sigue el desarrollo de un maestro en sus concepciones acerca de la enseñanza de las matemáticas está caracterizado, de acuerdo con Thompson (1991), por sus concepciones acerca de qué son las matemáticas, qué es lo que significa aprender matemáticas, qué es lo que uno enseña cuando enseña matemáticas, cuáles son los papeles del maestro y de los alumnos, y qué constituye evidencia de conocimiento de los alumnos. A continuación se describen las concepciones de los cuatro maestros sobre estos aspectos.

¿Qué es la matemática?

No se preguntó específicamente a los maestros qué pensaban qué son las matemáticas, pero sus respuestas a otras preguntas (por ejemplo, preguntas 3, 5, 6 de la entrevista, Apéndice 1) evidencian qué es lo que piensan acerca de la naturaleza de las matemáticas, en particular del tipo de matemática que debe ser enseñada en las escuelas. Los maestros enfatizaron que el foco de las matemáticas escolares no debía ser el aprendizaje de habilidades de cálculo. Los maestros mencionaron frecuentemente la resolución de problemas en la clase de matemáticas, a veces como un tema más dentro del programa de matemáticas, y otras como un enfoque para la enseñanza matemática, en sus aulas. Los maestros mencionaron que una de sus tareas más duras era la de cambiar la actitud de los alumnos que sólo quieren saber qué regla aplicar, y conducirlos a que comprendan que ellos pueden descubrir y hacer sus propias reglas.

¿Qué significa aprender matemáticas?

Cuando se les preguntó acerca de lo que significa "aprender matemáticas", hablaron acerca de entender matemáticas, de reconocer conexiones en mate-

máticas y del proceso de aprender matemáticas. Creen que los alumnos construyen su propio conocimiento, pero "guiados por el maestro o por las experiencias que éste proporciona". Los maestros expresaron que los alumnos aprenden una buena cantidad de matemáticas fuera de la escuela y que necesitamos aprovechar este recurso. "Aprender matemáticas va más allá de aprender a calcular —se debe entender." Al describir los tipos de actividades que escogen para sus alumnos hicieron mención de las siguientes: problemas sugeridos por las noticias, o por lo que pasa en sus escuelas, o plantear problemas que hagan que las concepciones erróneas emerjan, tratar los temas tradicionales de manera innovadora, hacer que los alumnos discutan y evalúen las soluciones de sus compañeros, y alentar a sus alumnos a conjeturar y explorar.

¿Qué es lo que uno enseña cuando enseña matemáticas?

Todos estos maestros consideran que la comprensión de los conceptos es de primordial importancia en su docencia. La descripción de Jo es representativa de todos: "Mi principal foco es entender. Quiero que los alumnos sepan no sólo cómo hacerlo sino porqué funciona bien. . . . Creo que si entiendes porqué, entonces no se te va a olvidar". Los maestros expresaron en diferentes grados las restricciones que les imponen los programas obligatorios, el uso obligatorio del libro de texto y la evaluación estandarizada. Alyssa expresó: "Me encuentro a mí misma en batallas ideológicas, acerca de qué tanta atención prestar a los exámenes estandarizados, y qué tanto continuar haciendo lo que creo que es correcto". Steve piensa que tratar con la diversidad de los alumnos es tal vez el problema más difícil para los maestros. Estos docentes tratan de "acelerar" a sus alumnos más brillantes. Becky no da "a los alumnos que son más capaces o más rápidos sólo más que hacer, trato de . . . poner cosas más demandantes para satisfacerlos". Estos maestros enfatizan la resolución de problemas en su enseñanza. Frecuentemente mencionan el uso de las calculadoras, particularmente cuando resuelven problemas. Como dijo un maestro: "Para casi todas las situaciones problemáticas, los alumnos usan calculadoras, porque quiero que se enfoquen en el razonamiento en vez de detenerse en los cálculos". Durante las entrevistas, el uso apropiado de materiales manipulativos fue descrito por los maestros.

El papel del maestro y de los alumnos

Junto con la visión de que la enseñanza de las matemáticas implica el desarrollo de la comprensión conceptual está la creencia que los alumnos no aprenden simplemente porque el maestro les diga. Alyssa estima que la función del maestro es proporcionar a los alumnos experiencias donde puedan desarrollar una comprensión de conceptos, y hacerles preguntas a fin de suscitar su pensamiento. Piensan que la fuente de autoridad matemática en el salón de clase no es únicamente el maestro. Jo comentó al respecto, al describir cómo debía hacerse una actividad: "Y los alumnos me dijeron a mí, en vez de que fuese al revés".

¿Qué constituye evidencia de que los alumnos tengan conocimiento?

Los maestros perciben la evaluación como una parte integral de su docencia. En la clase de los cuatro maestros los alumnos escriben, y esto es una componente importante de su programa para evaluar. Los alumnos escriben un diario

matemático. Steve considera que escribir es una parte importante del proceso de aprendizaje. Los maestros también utilizan las respuestas verbales para evaluar la comprensión de sus alumnos. Jo hace preguntas de porqué: "¿Puedes explicar por qué funciona esto? ¿Por qué hicimos esto? ¿Cómo harías esto y por qué?" La necesidad de crear un ambiente de aceptación fue señalada por los profesores. No tuvieron dificultad en distinguir entre la evaluación para calificar y la evaluación que hacen para mejorar su enseñanza.

Niveles de desarrollo en las concepciones de los maestros

La evolución de los maestros en general en sus respuestas a las cinco cuestiones anteriores frecuentemente sigue un patrón de desarrollo descrito por Thompson (1991). En este desarrollo se pueden distinguir tres niveles. En el nivel básico, el aprendizaje de la matemática se percibe como aprender a dominar una serie jerárquica de habilidades presentadas por el libro de texto. El papel del maestro es mostrar los procedimientos, y la meta de la enseñanza es obtener respuestas precisas. En el segundo nivel, las concepciones de las matemáticas y del aprendizaje se amplían para incluir una apreciación de las razones que justifican las reglas, pero estas se hallan todavía predeterminadas y dominan todo el trabajo en la clase de matemáticas. Se utilizan materiales manipulativos, pero se valoran más por razones de actitud, que cognitivas. Las decisiones pedagógicas se basan en lo que el "experto" dice que es correcto. En el tercer nivel, los maestros conciben la enseñanza de las matemáticas como investigación y descubrimiento por parte de los alumnos. Utilizan representaciones gráficas y físicas como contextos en los que los alumnos pueden realizar tareas cuidadosamente diseñadas. El papel del maestro es guiar a los alumnos a pensar productivamente en forma matemática. Los temas se distinguen por la importancia inherente de las ideas matemáticas de cada uno. La característica del tercer nivel es la utilización explícita de principios cognitivos en las decisiones de la enseñanza. Los criterios para juzgar la calidad de la enseñanza se enuncian en términos de resultados de los alumnos acordes con estas metas amplias de la enseñanza. Según Thompson, el tercer nivel es más difícil de alcanzar pues requiere una reestructuración a fondo de esquemas conceptuales, para lo cual se necesita un esfuerzo concentrado y sostenido. Y nosotros agregamos que se requiere una cantidad de reflexión por parte del maestro. Los datos indican que los docentes aquí descritos han logrado o están logrando esta reestructuración en sus concepciones.

La práctica de la enseñanza de las matemáticas

Preparando la clase

La planeación de la clase a largo plazo de estos maestros está muy relacionada con sus percepciones sobre cuán cerca deben seguir el libro de texto o los programas. Algo en común de los cuatro es su enfoque de "arriba a abajo", considerando primero "el cuadro grande" y luego enfocando las lecciones particulares. La forma en que preparan su clase refleja un aspecto importante de su profesionalismo: su conocimiento amplio del campo, logrado a través de lecturas, de recolectar materiales educativos, y de asistir a reuniones profesionales. Cuando estos maestros hacen planes diarios, no se sienten obligados a seguirlos al pie

de la letra, ya que a veces tienen que "cambiar todo, basado en la reacción a la clase de un día". Sus planes también toman en cuenta la secuencia de las ideas y la comprensión del alumno de lo que previamente ha aprendido. Tres de los cuatro maestros empiezan el año solicitando información acerca de sus alumnos, y lo encuentran útil para hacer sus planes. Steve les pide que escriban su "autobiografía matemática"; Alyssa, que escriban lo que aprendieron en el año anterior y lo que esperan aprender en ese año.

Un día típico de clase

Durante las entrevistas, les pedimos que describieran una clase reciente, la de ese día o el anterior, que consideraran "típica". Ninguno de estos maestros sigue el modelo tan frecuentemente utilizado por muchos otros en Estados Unidos: revisar la tarea, presentar el tema nuevo, dar algunos ejemplos, y dejar a los alumnos ejercicios para hacer en clase y de tarea (Romberg y Carpenter, 1986). Estos profesores comienzan frecuentemente con un problema o una situación relacionada con la lección anterior, para evaluar la comprensión de sus alumnos. Dos características que son comunes a todas las descripciones de los maestros de un día típico fueron escribir un diario y el centrarse en actividades, que incluyen el uso de materiales manipulativos apropiados. La lección típica también comprende la discusión de problemas. Sólo Jo mencionó el uso del libro de texto durante su clase típica. Los maestros organizan a los alumnos en grupos pequeños que trabajan en cooperación o creen que es conveniente.

Los profesores describen las que consideran las principales barreras para enseñar las matemáticas del modo que debe ser. Jo menciona la falta de tiempo y materiales. Alyssa, la falta de recursos y la presión de los padres y administradores para que la instrucción sea más tradicional. Steve comenta que la débil preparación de sus alumnos muchas veces les impide enseñar en la forma en que él quisiera.

La enseñanza como preparación e improvisación. Estos maestros poseen gran cantidad de ideas y actividades a las cuales recurrir, lo que los hace sentirse preparados para enfrentarse a la diversidad y sorpresas de las lecciones diarias, las que se improvisan en cierto grado entonces. La improvisación es un acto que requiere habilidad y sensibilidad al momento y lugar para responder (Yinger, 1990). Para estos profesores estar bien preparados significa estar listos para lo que el día presente, ser capaces tanto de reaccionar ante los cambios como de propiciarlos, y poder responder a las necesidades de sus alumnos.

Conclusión

Los cuatro maestros de este estudio ven su profesión como un constante cambio y desarrollo. Esta actitud se hace evidente por su participación en reuniones profesionales y cursos para maestros en ejercicio, por sus estudios de posgrado y por su enfoque hacia la planeación. Según ellos: "no es lo mismo veinte años de experiencia, que un año de experiencia, veinte veces". Para estos maestros, el proceso de cambio fue gradual y continuo. Los maestros pertenecen a grupos de apoyo y ninguno hizo el viaje solo. Continúan enfrentando muchas barreras en sus intentos de reforma, y necesitan y esperan aliento y apoyo.

En nuestro trabajo con estos cuatro profesores, fue evidente una y otra vez la calidad de reflexión de su pensamiento y su práctica. Durante las entrevistas, los maestros muchas veces daban respuestas inmediatas, claras y bien estructuradas, revelando que antes habían pensado cuidadosamente acerca de estas cuestiones. Durante los seminarios escuchaban atentamente a los demás y eran capaces de ayudarse unos a otros para articular su pensamiento. Pensaban profundamente acerca de las cuestiones surgidas durante los seminarios. Creemos que esta cualidad de reflexión ha sido un factor clave en los cambios que tales exponentes de la docencia matemática han tenido desde sus primeros años de enseñanza. Junto con su compromiso y voluntad de cambiar, esta actitud reflexiva les ha ayudado seguramente para juzgar sus éxitos y fracasos de manera realista, y formular decisiones educativas convenientes para ellos y sus alumnos, sin dejarse llevar por la corriente, o descorazonarse indebidamente durante el camino.

Una condición necesaria para la reflexión es tener tiempo, tanto en el sentido inmediato como a largo plazo. Es poco común el maestro que reserva tiempo para la reflexión. La reflexión se facilita por relaciones de apoyo entre colegas. Si esta cualidad de reflexión es una característica primordial de los profesores identificados como los que pueden lograr el cambio necesario en las matemáticas escolares, entonces el desarrollo de esta cualidad debe ser estudiada más a fondo. Sabemos que para ser un docente reflexivo de las matemáticas es necesario un conocimiento específico del contenido matemático que esté basado pedagógicamente, un conocimiento de los alumnos, en grupos y como individuos que aprenden matemáticas, una comprensión del medio educativo, de la escuela y la comunidad, y una comprensión de cómo todas estas cosas están interrelacionadas (Houston y Clift, 1990). Sin embargo estas condiciones son necesarias, no suficientes.

La frase inicial de este artículo, que los maestros son las figuras claves para cambiar la forma en que las matemáticas se enseñan en las escuelas, es una de las dos premisas de la visión expresada en los estándares o normas profesionales para la enseñanza de las matemáticas (NCTM, 1991). La otra premisa es que los maestros deben contar con apoyo a largo plazo y con recursos adecuados. Hemos reportado acerca del tipo de docentes que se necesitan para lograr la reforma de la enseñanza de las matemáticas, pero una de las razones para llamarlos extraordinarios es por que no hay muchos de ellos. Hay que darles el apoyo y los recursos necesarios si deseamos que estos *maestros sean la regla y no la excepción*.

Referencias

California Department of Education. (1985). *Mathematics Framework for California Public Schools: Kindergarten through grade 12*. Sacramento: California Department of Education.

Flores Peñafiel, A., Philipp, R. A., y Sowder, J. T. (1992). "Docentes re-

flexivos de las matemáticas" En R. Cantoral Uriza, R. M. Farfán Márquez y C. Imaz Jahnke (eds.), *Memorias de la Sexta Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*

(p.247-252). Cuernavaca, Morelos, México: Universidad Autónoma del Estado de Morelos.

Houston, W. R., y Clift, R. T. (1990) "The potential for research contribution to reflective practice." En R. T. Clift, W. R. Houston, y M. C. Pugach (eds.), *Encouraging reflective practice in education* (p. 208-222). New York: Teachers College Press.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: NCTM. (Edición en español: *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. NCTM, 1991).

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Philipp, R. A., Flores, A., y Sowder, J. T. (1992). "Reflective practitioners of mathematics teaching." (Manuscrito no publicado). Center for Re-

search in Science and Mathematics Education, San Diego State University.

Romberg, T. A., y Carpenter, T. P. (1986). "Research on teaching and learning mathematics." En M. C. Wittrock (ed.), *Handbook of Research on Teaching* (p. 850-873). New York: Macmillan.

Thompson, A. (1991) "The development of teacher's conceptions of mathematics teaching". En R. G. Underhill (ed.), *Proceedings of the 13th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, p. 8-14. Blacksburg, VA.

Yinger, R. J. (1990). "The conversation of practice". En R. T. Clift, W. R. Houston y M. C. Pugach (eds.), *Encouraging Reflective Practice in Education* (p. 73-94). New York: Teachers College Press.

Apéndice 1

Preguntas de la entrevista

1. Cuéntame acerca de tu formación. ¿Cómo recibiste preparación para enseñar matemáticas?
2. ¿Crees que enseñar matemáticas es más fácil o más difícil que enseñar otras materias? ¿Por qué?
3. ¿Cuál dirías que es tu énfasis principal cuando enseñas matemáticas?
 - ¿Qué papel desempeña la resolución de problemas en tu clase?
 - ¿Cuál es el balance entre el desarrollo conceptual y el desarrollo de habilidades computacionales?
 - ¿Haces que tus alumnos practiquen algunas habilidades computacionales?
4. ¿Cómo elaboras tus planes para la enseñanza de las matemáticas?
 - ¿Siempre tienes un objetivo claro para cada clase?
 - ¿Te desvías a veces de los planes hechos?

5. Describe la clase de matemáticas de ayer. ¿Fue típica? ¿Por qué sí o por qué no? O bien puedes describir la clase de hoy.
¿Algunas veces enseñas al grupo completo?
¿Cómo describirías el tipo de preguntas que formulas? ¿El tipo de respuestas que esperas?
¿Usas materiales manipulativos? ¿Cuáles encuentras más útiles?
 6. ¿Qué significa aprender matemáticas?
¿Cómo percibes el papel del maestro en el salón de clases?
 7. ¿Qué tan importante es que los maestros tengan un conocimiento profundo de las matemáticas que enseñan?
Conforme cambia tu propia comprensión, ¿percibes algún cambio en la forma en que enseñas?
 8. ¿Cómo evalúas el aprendizaje matemático de tus alumnos?
¿Qué tanta atención prestas a los exámenes estandarizados y a los reportes?
 9. ¿Cómo atiendes las diferencias individuales de los alumnos en tu clase?
 10. ¿Observas alguna vez a otros enseñar matemáticas? ¿Te observa alguien a tí con el propósito de ayudarte a mejorar tu enseñanza? ¿Videograbas alguna vez tus clases?
¿Recibes alguna retroalimentación del director?
 11. ¿Cuáles son los principales problemas o barreras que encuentras para enseñar matemáticas en la forma en que crees que deben ser enseñadas?
 12. ¿Hay algunos errores comunes o concepciones erróneas que tienen tus alumnos que hacen que sea difícil para ellos entender lo que son las fracciones?
 13. ¿Qué significa "sentido de número racional" para tí? ¿Qué papel desempeña en tu enseñanza?
 14. ¿Qué crees que deben aprender los alumnos realmente de las fracciones? ¿Y acerca de los números decimales?
 15. (omitida) ¿Por qué enseñamos matemáticas en la escuela? ¿Cuál es su papel en las vidas de nuestros alumnos?
 16. ¿Hay otras preguntas que consideras que debieron haberse hecho en esta entrevista?
-

Apéndice 2 _____

Instrumento para reportar la observación de la clase

Observaciones generales (resumen de la clase)

1. Contenido matemático

- 1a. ¿Qué se enseñó?
- 1b. ¿Cuál fue la meta? (¿Qué se supone que los alumnos aprendieron a hacer, entender, etc.?)
- 1c. ¿Se enfatizaron los significados matemáticos subyacentes en esta lección? Da ejemplos específicos.
- 1d. ¿Se enfatizaron los pasos de procedimientos y los hechos? Da ejemplos específicos.
- 1e. ¿Estuvo el énfasis en "hacer matemáticas" (por ejemplo, esbozar problemas, hacer conjeturas, buscar patrones, examinar restricciones, determinar si una respuesta es válida o razonable, saber cuándo un problema se ha resuelto, justificar, explicar, poner a prueba)? Da ejemplos específicos.
- 1f. ¿Estuvo el énfasis en obtener respuestas correctas? Da ejemplos específicos.
- 1g. ¿Estuvo el contenido de esta lección conectado con otras cosas con las que la clase ha estado tratando? Da ejemplos específicos.
- 1h. ¿Cómo fue evaluada la comprensión?

2. Representaciones de enseñanza y herramientas matemáticas.

- 2a. ¿Cuáles representaciones de enseñanza fueron usadas por el maestro o los alumnos en esta lección y qué ideas matemáticas tenían por objeto? Describe cada representación de enseñanza, anotando si la representación fue introducida por el maestro o por un alumno.
- 2b. Para cada una de las representaciones descritas en (2a), ¿cuáles en tu opinión son sus aspectos convenientes e inconvenientes? Proporciona evidencia para tu evaluación, considerando cómo la representación se adecúa a las matemáticas, qué tanto parece ayudar como una herramienta de aprendizaje; esto es, ¿enfoca la atención a la idea central? ¿Modela componentes significativos o aspectos de la idea o del pensamiento que subyace?

Para (2c) a (2j), enlista todas las herramientas matemáticas que el maestro o los alumnos usaron en esta lección.

- 2c. Materiales pedagógicos concretos.
- 2d. Herramientas pictóricas.
- 2e. Situaciones o relatos del "mundo real".
- 2f. Instrumentos de medición y otros objetos matemáticos.
- 2g. Calculadoras
- 2h. Lenguaje matemático (términos especiales usados para referirse a la sustancia de las matemáticas, por ejemplo "cociente", "paralelogramo", "número negativo").
- 2i. Símbolos matemáticos y notación.
- 2j. Lenguaje y habilidades de discurso matemático (por ejemplo, formular hipótesis, poner a prueba soluciones, dar contraejemplos, apoyar un resultado con una justificación alterna).
- 2k. ¿Cuál fue la función del libro de texto?

3. Oportunidades para desarrollar ideas (uso de herramientas matemáticas).

- 3a. Verbalizar razones, comprensiones, y estrategias de solución:
 - 3a1. ¿Hizo esto el propio maestro frecuentemente? ¿Hicieron esto los alumnos frecuentemente, inducidos o alentados por el maestro o de manera espontánea? Da ejemplos.
 - 3a2. ¿Cómo respondió el maestro cuando los alumnos hicieron esto?
- 3b. Usar o desarrollar representaciones concretas, pictóricas, del mundo real, o simbólicas de ideas matemáticas:
 - 3b1. ¿Hicieron esto los alumnos frecuentemente inducidos o alentados por el maestro o de manera espontánea? Da ejemplos.
 - 3b2. ¿Cómo respondió el maestro cuando los alumnos hicieron esto?

4. Espacio intelectual.

- 4a. ¿Fueron los problemas o las tareas problemáticos para los alumnos? (esto es, ¿había un camino obvio de solución inmediata o no?)
 - 4b. Si hubo discusión, ¿qué estaban haciendo los alumnos, y cuál fue el papel del maestro en la discusión?
 - 4c. ¿De qué manera fue el discurso convergente, hubo presión hacia el consenso? Da ejemplos.
-

- 4d. ¿De qué manera fue el discurso divergente? ¿Hubo espacio y tiempo para estar en desacuerdo, para permanecer sin convencimiento? Da ejemplos.
 - 4e. ¿Desempeñaron los alumnos un papel activo para iniciar o conducir el camino o el foco de la lección? Da ejemplos.
 - 4f. ¿Parecieron los alumnos estar confundidos acerca de algo? ¿Acerca de qué? ¿Cómo trató el maestro la confusión?
 - 4g. ¿Hubo momentos durante la lección en que una parte significativa de los alumnos parecía estar excepcionalmente involucrada en las matemáticas tratadas? ¿En qué estaban implicados?
 - 4h. ¿Hubo ratos durante la lección donde una parte significativa de los alumnos parecía, estar considerando otra cosa que las matemáticas tratadas? ¿En qué estaban pensando?
 - 4i. ¿Qué rutinas parecían estar establecidas en la clase, y qué tan bien parecían los alumnos conocerlas?
-