Reseña de Libros

Gibilisco, Stan:

En busca del infinito. Rompecabezas, paradojas y enigmas. Serie MG-H de divulgación científica. Primera edición en español Mc Graw-Hill Interamericana de España, S.A. Madrid, 1991 (Reaching for Infinity, Tab Books, 1990), 151 pp.

El infinito es una de las ideas más subyugantes de la mente humana. Desde los inicios de la civilización, el hombre ha experimentado un sentimiento ambivalente, de atracción y temor, ante "lo que no tiene fin". Esta ambivalencia invade el plano intelectual y, al tratar de darle una forma racional, nos enfrenta a una serie de paradojas fascinantes que desafían nuevamente el intelecto humano.

El reto de darle la debida coherencia a nuestras construcciones intelectuales es solo una parte del atractivo del estudio del infinito, que se remite al plano filosófico o matemático. La otra parte, para algunos mucho más importante, radica en que el examen cuidadoso de las paradojas a las que nos arrastra al infinito, nos ayuda a comprender la mente humana, a entender la forma como integra sus explicaciones del mundo, a medir sus potencialidades y, también, a determinar sus limitaciones.

Es por esto que discutir acerca del infinito siempre es interesante, y por ello también se ha escrito tanto acerca del infinito y, por ende, es difícil encontrar un libro que aporte algo novedoso. El libro que nos ocupa no tiene esa pretensión, es un libro de divulgación que se propone hacer un recuento de los puntos críticos ,en donde el infinito ha puesto a prueba la mente humana. Se trata —como lo dice su autor— "de despertar la curiosidad y provocar la reflexión" sobre un tema y en un medio tradicionalmente descuidados. En ese sentido es un esfuerzo valioso, sobre todo en el panorama editorial hispanoamericano en el que, ya no digamos que muy pocos autores se atreven a tratar el tema, sino que aun las traducciones de otros idiomas son escasas.

En la primera parte del libro (caps. 1 y 2), el autor investiga la naturaleza física del infinito. Hay tres maneras en las que podemos pensar que nuestro mundo físico es ilimitado y, por tanto, quizás infinito: (1) parece que el tiempo no tiene fin, (2) parece que el espacio no tiene fin y (3) parece que cualquier intervalo de espacio o de tiempo (y quizás de materia) puede ser dividido y subdividido sin parar. En los dos primeros casos estamos hablando de lo "infinitamente grande", mientras que el tercero, nos remite a lo "infinitamente pequeño"

El capítulo 1, *El infinito en el espacio y en el tiempo*, el autor inicia una discusión sobre la distorsión del espacio-tiempo de Einstein, para pasar después a analizar el espacio sin fin, el tiempo sin fin, los "hiperuniversos", los agujeros negros y finaliza con los instantes y cuantos (o quanta) espaciales.

En el capítulo 2, *Partículas sin fin*, se tratan los cuasares (o quasars) y galaxias; de nuevo los agujeros negros, las estrellas, y las moléculas y átomos; se presentan dos primeras paradojas (de la homogeneidad y la de la cuantificación) relacionadas con la existencia o no-existencia de partículas elementales, definidas en el sentido de ser irreductibles e indivisibles. A partir del capítulo 3, el resto de la obra está dedicada a los aspectos matemáticos.

El capítulo 3, *El número de números*, contiene los hechos más conocidos sobre los conjuntos infinitos de números y las paradojas que de ellos se desprenden: el mayor número nombrable, los problemas derivados de considerar "todos los números naturales" y ponerlos en correspondencia con subconjuntos propios infinitos (por ejemplo, naturales y pares), la equipotencia o "igualdad de tamaño" del conjunto de los números enteros y el de los racionales, los números transfinitos y el *alef cero*, los números irracionales, los conjuntos no numerables y la hipótesis del continuo.

El capítulo 4, *Aritmética del infnito*, trata básicamente de la aritmética propuesta por Cantor para operar con números infinitos (ordinales y cardinales) y las modificaciones que se deben proponer para que esta aritmética se reduzca a la aritmética usual cuando se trata de números finitos. Empieza por tratar la división por cero, para pasar después a las características que debe tener una nueva aritmética que permita "añadir uno sin provocar cambio", los números ordinales, algunos teoremas y operaciones con ellos, la jerarquía de los ordinales infinitos, los números cardinales y algunos teoremas sobre ellos, suma, producto y exponenciación de cardinales y el infinito absoluto.

El capítulo 5, *El infinito al alcance de la vista*, presenta un modelo de representación gráfica del infinito, basado en sucesiones decrecientes y acotadas del tipo $\left\{\frac{1}{n}\right\}$, que el autor aplica igualmente al plano. De esta manera podemos tener una idea gráfica (idealizada, ciertamente) de un proceso infinito.

Finalmente, en el capítulo 6, *Infinitos geométricos*, el autor presenta el concepto de espacio geométrico infinito, poniendo en juego modelos no-euclideanos. En la paradoja de los círculos concéntricos, vuelve a aparecer el problema de la equipotencia de conjuntos infinitos, ahora en el contexto geométrico de establecer una correspondencia uno a uno entre los puntos de dos círculos concéntricos de radio diferente. Para terminar el capítulo (y el libro) el autor presenta algunos aspectos de la geometría fractal, aunque sin mencionar que se trata de esto. Así por ejemplo, estudia los "infinígonos" (nombre que el autor da a los polígonos con infinito número de lados), los "infiniedros" o poliedros con un número infinito de caras, los ángulos infinitos y el "árbol binario", ejemplo típico de un proceso recursivo infinito.

El libro está escrito sin poner mucha atención al rigor. Los teoremas y resultados matemáticos están planteados como "proposiciones factibles", como un posible camino para resolver contradicciones. Por otra parte, los resultados matemáticos en los que se basa, no van más allá de la matemática elemental, de manera que la obra resulta —en general— bastante accesible.

Guillermina Waldegg
CINVESTAV, México

Olimpiadas de Matemáticas

José Antonio Gómez Ortega (ed).

Academia de la Investigación Científica, A.C.

El texto contiene una selección de 140 problemas publicados en la colección PROBLEMAS PARA LAS OLIMPIADAS DE MATEMATICAS —y sus Respuestas. Los problemas están agrupados en cinco apartados: Aritmética, Geometría, Combinatoria, Problemas de Concursos Regionales y del Concurso Nacional. En este último se presentan los problemas de las seis Olimpiadas Mexicanas de Matemáticas. El texto puede resultar de interés para el profesor que acostumbra plantear retos a la clase —como motivación— o para alentar el espíritu de reflexión en los alumnos avanzados. Además, la presentación clara y concisa de las respuestas obliga al docente a realizar un estudio profundo de los conceptos matemáticos que se involucran.

Patricia E. Balderas Cañas
Maestría en Educación Matemática
UACPyP del CCH-UNAM