

Diagnóstico de habilidades computacionales y actividades para remediar los errores

El desarrollo de habilidades computacionales no es un proceso que se reduce a enseñar algoritmos y dejar suficientes ejercicios. En efecto, el que los alumnos procedan siguiendo, al pie de la letra, los pasos de un algoritmo, no asegura que entiendan lo que hacen. Para ilustrar esto analicemos un ejemplo del que informa West [1971], en relación con la hoja de trabajo de Miguel, que indica como éste realizó las siguientes sumas:

$$\begin{array}{r} 74 \\ + 12 \\ \hline 86 \end{array} \quad \begin{array}{r} 26 \\ + 50 \\ \hline 76 \end{array} \quad \begin{array}{r} 33 \\ + 22 \\ \hline 55 \end{array}$$

¿Qué tiene esto de raro? Nada; en efecto, estas operaciones de sumar están bien hechas y con estos datos algunos podrían pensar que Miguel ya aprendió; sin embargo, al analizar la serie completa de ejercicios resueltos por Miguel encontramos:

$$\begin{array}{r} 74 \\ + 12 \\ \hline 86 \end{array} \quad \begin{array}{r} 46 \\ + 3 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 84 \\ + 4 \\ \hline 16 \end{array}$$

se sumó todos los dígitos involucrados

$$\begin{array}{r} + 26 \\ + 50 \\ \hline 76 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 8 \\ + 16 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 33 \\ + 22 \\ \hline 55 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 75 \\ + 9 \\ \hline 12 \end{array}$$

Podemos observar que Miguel se equivocó en 4 adiciones. ¿Solamente es una

Alicia Ávila S.
Universidad Pedagógica
Nacional (UPN) - México, D.F.,
México

Eduardo Mancera M.
Maestría en Educación en
Matemáticas - Unidad
Académica del Ciclo Profesional
y de Posgrado (UACPyP) -
Colegio de Ciencias y
Humanidades (CCH) -
Universidad Nacional Autónoma
de México (UNAM)
México, D.F., México

equivocación? No, analizando el trabajo de este alumno encontramos que al sumar un número de dos cifras con un dígito se limita a sumar todos los dígitos involucrados, además cometió un error adicional en el último ejercicio: invirtió las cifras del resultado que obtiene con "su procedimiento". ¿Podríamos asegurar que Miguel sabe sumar correctamente?

Consideremos ahora la hoja de trabajo de Susana, quien efectuó las siguientes substracciones, así:

$\begin{array}{r} 5\ 10\ 17 \\ -\ 5\ 0\ 7 \\ \hline 2\ 3\ 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4\ 9\ 10 \\ -\ 5\ 0\ 0 \\ \hline 0\ 0\ 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6\ 9\ 10 \\ -\ 7\ 0\ 0 \\ \hline 3\ 2\ 2 \end{array}$	
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 1\ 9\ 10 \\ -\ 2\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 4\ 5 \\ \hline 0\ 5\ 5 \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 4\ 10\ 10 \\ -\ 5\ 1\ 0 \\ \hline 3\ 6\ 7 \\ \hline 4\ 3 \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 5\ 16\ 10 \\ -\ 6\ 7\ 7 \\ \hline 4\ 8\ 9 \\ \hline 1\ 8\ 1 \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 7\ 8\ 13 \\ -\ 8\ 0\ 3 \\ \hline 4\ 4\ 5 \\ \hline 3\ 5\ 8 \end{array}$ </div> </div>			
<div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; gap: 100px;"> <div style="text-align: center;"> \swarrow se reagrupó mal </div> <div style="text-align: center;"> \searrow no se terminó </div> </div>			

Susana contestó correctamente los ejercicios segundo, tercero y séptimo; en el primero tal vez se le olvidó reagrupar en las decenas y en el quinto simplemente no terminó. Pero en los ejercicios cuarto y sexto se observa un patrón de error: reagrupó colocando 10 en la columna de las unidades, independientemente del dígito del minuendo que ocupa dicho lugar.

West [1971] considera que sólo hay "errores conceptuales" y "errores casuales", en este sentido si no hubo descuido al hacer un ejercicio y se cometió error, éste es conceptual. Como vimos en el trabajo de Susana y de Miguel se detecta un patrón de error pero éste solamente se encuentra al analizar una serie de ejercicios de cierto tipo. Inskip [1978] nos proporciona una visión más amplia sobre este tema, ya que considera que las dificultades que se les presentan a los niños pueden clasificarse en:

i) dificultades relacionadas con hechos básicos (las tablas de suma, resta, multiplicación y división)

ii) dificultades relacionadas con los algoritmos

Con esta perspectiva algunos errores que West consideraría de descuido o casuales se tendrán que analizar con más detalle. De lo anterior podemos observar que no basta poner "palomitas" o "taches" y sacar promedios de calificaciones para determinar si nuestros alumnos han aprendido o no, el problema es más complejo de lo que suponemos. Se requiere un análisis más sistemático del trabajo de los niños para tener indicadores más precisos de sus avances; esto puede hacerse por medio de la observación cotidiana la cual es muy difícil de organizar con grupos numerosos. La entrevista puede descartarse por las mismas razones, pero el trabajo escrito puede ser una fuente importante de evidencias sobre el conocimiento de nuestros estudiantes. En efecto, las tareas y los ejercicios de clase pueden planearse de tal forma que proporcionen información adecuada, y esto implica que las actividades escolares sean consideradas como un diagnóstico más que una simple ejercitación. Lo que hay que hacer es simple:

- i) seleccionar los tipos de ejercicios que nos interesan.
- ii) plantear por lo menos tres ejercicios de cada tipo para detectar patrones de error.

Por ejemplo, si estamos enseñando a multiplicar un número de dos o tres cifras por un dígito podemos considerar los siguientes ejercicios:

Tipo A. *Multiplicaciones sin reagrupamiento*

$\begin{array}{r} 23 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 212 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$
---	--

Tipo B. *Multiplicaciones con reagrupamiento en las decenas*

$\begin{array}{r} 24 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 214 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$
---	--

Tipo C. Multiplicaciones con reagrupamiento en las centenas

$$\begin{array}{r} 251 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Tipo D. Multiplicaciones con reagrupamiento en las decenas y centenas

$$\begin{array}{r} 452 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Tipo E. Multiplicaciones con cero en las unidades sin reagrupar

$$\begin{array}{r} 20 \quad 410 \\ \times 3 \quad \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Tipo F. Multiplicaciones con cero en las unidades reagrupando en las centenas

$$\begin{array}{r} 450 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Tipo G. Multiplicaciones con cero en las decenas sin reagrupar

$$\begin{array}{r} 203 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Tipo H. Multiplicaciones con cero en las decenas reagrupando en las decenas

$$\begin{array}{r} 407 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Aplicando listas de ejercicios en las que se consideren 3 ejercicios de cada tipo, como mínimo, detectaremos con más claridad lo que causa dificultades a nuestros alumnos. Pero debemos tener cuidado de distinguir si los errores que cometen son casuales, causados por desconocimiento de "las tablas" o muestran baja comprensión del algoritmo. A veces se omiten como factores a los números 7, 8 y 9, pues se ha detectado que a los alumnos se les dificulta el manejo de las tablas de multiplicación de estos nú-

meros. Al administrar los ejercicios en clase se deberá:

- i. Asignar el tiempo necesario para que los niños resuelvan toda la lista de ejercicios.
- ii. Proponer a los niños que no borren (para que nos muestren todos sus intentos).
- iii. Explicar que los ejercicios no afectarán su calificación y nos permitirán entender sus deficiencias.
- iv. Observar a los niños para detectar a los que "se resisten a trabajar", "cuentan utilizando los dedos", "no se concentran fácilmente", etcétera.

Inskeep señala que algunas de las dificultades que pueden diagnosticarse son:

- i. Errores que siguen un patrón definido y son lógicamente consistentes para los niños.
- ii. Errores casuales o de descuido.
- iii. Errores relacionados con hechos básicos.
- iv. Errores o deficiencias relacionados con la omisión de respuestas.
- v. Errores relacionados con procedimientos de conteo (dedos, papelitos, etcétera).

Cuando se usa el diagnóstico en la enseñanza una y otra vez pasamos por las siguientes etapas [Reisman, 1977].

- i. Identificación de las posibilidades y carencias de los alumnos.
- ii. Postulación de razones hipotéticas sobre estas posibilidades y carencias.
- iii. Establecimiento de objetivos de enseñanza.
- iv. Determinación e implementación de procedimientos didácticos.
- v. Evaluación continua del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Actualmente se denomina *enseñanza diagnóstica* a aquella en la que la diag-

nosis se emplea sistemáticamente para detectar las deficiencias de los alumnos y se diseñan las experiencias de aprendizaje necesarias para eliminarlas. Con este tipo de enseñanza pueden detectarse los métodos que emplean los niños (en varias investigaciones se ha detectado que los niños crean sus propios algoritmos, y éstos les conducen a buenos resultados, pero por lo general no son válidos en todos los casos). Al entender el "razonamiento" o la "lógica" del niño podremos ayudarle a eliminar los métodos y conceptos que ha creado y son limitados, sustituyéndolos por procedimientos y concepciones correctas.

Aún queda algo por analizar, pues la habilidad computacional está involucrada con la aplicación de principios y conceptos, memorización de información, ejecución en orden correcta de una sucesión de pasos, selección de procedimientos correctos en una situación dada, etcétera. Esto implica que las categorías con las que podemos agrupar los patrones de respuesta de los niños deben considerar estos aspectos. Pero no sólo tomaremos en cuenta las respuestas incorrectas, también hay que estar pendientes de las respuestas correctas pues éstas pueden producirse con procedimientos limitados o incorrectos. Ilustraremos esto con el siguiente ejemplo:

$$\begin{array}{r} \overset{1}{23} \\ \times 4 \\ \hline 92 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overset{3}{17} \\ \times 5 \\ \hline 85 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overset{2}{29} \\ \times 3 \\ \hline 87 \end{array}$$

Aparentemente todo se hizo correctamente, sin embargo si ampliamos la serie de ejercicios observamos que:

$$\begin{array}{r} \overset{1}{27} \\ \times 3 \\ \hline 72 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overset{2}{18} \\ \times 4 \\ \hline 63 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overset{0}{35} \\ \times 2 \\ \hline 61 \end{array}$$

el niño que dio estas respuestas muestra un claro patrón de error en la serie de seis ejercicios: se ha acostumbrado a "llevar" el dígito menor del primer producto.

Además tenemos que estar alerta a la omisión de respuestas, puesto que los ni-

ños pueden ser capaces de ejecutar la operación que se les plantea, pero pudo haber dejado el ejercicio sin solución porque se le dio poco tiempo o bien olvidó hacerlo. Backman [1978] ofrece la siguiente clasificación sobre el trabajo escrito de los niños:

I. Respuesta correcta obtenida con un procedimiento estándar

$$\begin{array}{r} \overset{11}{887} \\ + 926 \\ \hline 1813 \end{array} \quad \text{se usó el algoritmo usual}$$

II. Respuesta correcta obtenida con un procedimiento no estándar

$$\begin{array}{r} 583 \\ - 262 \\ \hline 300 \\ 20 \\ \hline 1 \\ 321 \end{array} \quad \text{se realizó la operación de izquierda a derecha. Obsérvese que este método puede causar problemas si se tuviera}$$

$$\begin{array}{r} 543 \\ - 262 \\ \hline \end{array}$$

III. Omisión de respuesta

- | | | |
|--|---|-----------------|
| <ul style="list-style-type: none"> i. falta de tiempo ii. reconocimiento de que no es capaz iii. olvido iv. creencia de que pierde el tiempo al hacer lo que ya sabe | } | posibles causas |
|--|---|-----------------|

IV. Errores casuales o de descuido

- i. se hacen incorrectamente dos o tres ejercicios de cierto tipo pero el resto de ellos los hacen bien.
- ii. muchos ejercicios se hacen mal pero no se detecta un patrón de error (aunque pueda existir).

V. Errores relacionados con el aprendizaje de conceptos

- a. Errores relacionados con significados o propiedades de las operaciones

$$\begin{array}{r} 402 \\ \times 6 \\ \hline 2472 \end{array}$$

se aplicó $6 \times 0 = 6$

- b. Errores relacionados con la estructura del sistema de numeración

$$\begin{array}{r} 256 \\ \times 39 \\ \hline 2304 \\ 768 \\ \hline 3072 \end{array}$$

no se alinearon correctamente los productos parciales y se ignoró el valor posicional

- c. Errores relacionados al renombrar y reagrupar

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 6 \\ \hline 1248 \end{array}$$

se escribieron uno al lado del otro los productos parciales.

VI. Errores relacionados con los pasos de un procedimiento

- a. Orden incorrecto de los pasos

$$\begin{array}{r} - 537 \\ 298 \\ \hline 361 \end{array}$$

se restó el mayor del menor

- b. Procedimientos incompletos

$$\begin{array}{r} - 498 \\ 46 \\ \hline 52 \end{array}$$

se efectuó la operación en menos lugares

VII. Errores relacionados con la selección de información o procedimientos

- a) Empleo del algoritmo correcto pero aplicando hechos básicos de una operación diferente

$$\begin{array}{r} 53 \\ \times 2 \\ \hline 105 \end{array}$$

se aplicó $3 + 2$ en vez de 3×2

- b. Empleo de algoritmo y hechos básicos de una operación diferente

$$\begin{array}{r} - 56 \\ 23 \\ \hline 79 \end{array}$$

se sumó en vez de restar

- c. Uso de hechos básicos adecuados pero aplicando un algoritmo diferente

$$\begin{array}{r} + 76 \\ 9 \\ \hline 175 \end{array}$$

se aplicó el algoritmo de la multiplicación

- d. Uso del algoritmo correcto pero aplicado en un caso equivocado

$$\begin{array}{r} + 42 \\ 37 \\ \hline 89 \end{array}$$

se reagrupó aunque ello era innecesario

VIII. Errores relacionados con el trabajo escrito

- a. Formación incorrecta de los numerales

$$\begin{array}{r} - 47 \\ 12 \\ \hline \end{array}$$

se escribieron al revés los dígitos

- b. Transposición de dígitos

$$\begin{array}{r} ^3 98 \\ + 45 \\ \hline 161 \end{array}$$

se transpusieron los dígitos de la primera suma y se reagruparon con el dígito incorrecto.

- c. Mal alineamiento de dígitos

$$\begin{array}{r} 385 \\ \times 237 \\ \hline 2695 \\ 1155 \\ 770 \\ \hline 888195 \end{array}$$

se sumaron dígitos de las columnas que no correspondían

Esta clasificación es muy completa y seguramente nos recuerda muchos de los errores que cometen los niños, pero, ¿qué hacer?, ¿qué medidas podemos tomar para ayudarlos a corregir sus errores? En ge-

neral, cuando el problema del niño tiene que ver con el reagrupamiento es conveniente que manipule objetos como los bloques multibase, las cartas con valor posicional, frijoles, cubos de azúcar, etcétera, para que se acostumbre a este proceso. Si el algoritmo del niño no es el de uso común y se detecta que es limitado, hay que mostrarle que puede ser adecuado sólo en ciertos casos y conviene adoptar otro más general. En los casos de omisión de respuesta conviene proponer al niño ejercicios de menor dificultad para detectar la causa de la omisión. Se recomienda para aquellos que tienen errores por descuido, enseñarles a estimar las respuestas mentalmente con el fin de que anticipen el resultado o hagan una comprobación inmediata del mismo; si el problema es la mala alineación se puede usar *papel rayado o cuadrulado*, etcétera.

Las actividades para remediar los defectos detectados que se consideren, deben estar vinculadas al diagnóstico, de otra forma serán totalmente infructuosas. ¿Cuántos niños que saben "hacer cuentas"

se ven obligados a trabajar enormes listas de ejercicios sólo porque se distrajeran en algunas actividades? Por otro lado, ¿cuántos niños con serias deficiencias consiguen su acreditación sólo porque pueden hacer el tipo de ejercicios que más agrada al maestro?

Hemos señalado cómo ha sido enfocado por algunos autores el diagnóstico con el fin de resaltar, a partir de experiencias concretas, los diferentes niveles de complejidad y lo necesario de esta actividad en la docencia. En un estudio sobre la comprensión del algoritmo de la multiplicación se detectó que el concepto de multiplicación es comprendido por los niños pero la propiedad distributiva y el valor posicional en el algoritmo resultan casi inentendibles en su totalidad [Ávila, 1985].

Exhortamos a los maestros a que adopten la *enseñanza diagnóstica*, con lo que vincularán el proceso de investigación a la docencia, siendo este un objetivo fundamental para lograr el mejoramiento de la enseñanza de la matemática en el nivel básico.

Bibliografía

- WEST, T.;** *Diagnosing errors: looking for patterns*; THE ARITHMETIC TEACHER, November, 1971; pp. 467-469.
- INSKEEP, J.;** *Diagnosing Computational Difficulty in the Classroom*; en Suydam, M. y Reys, R. (ed); DEVELOPING COMPUTATIONAL SKILLS; NCTM, 1978 Yearbook, Reston Virginia; pp. 177-195.
- REISMAN, F.;** *Diagnostic Teaching of Elementary Mathematics: Methods and Content*; Rand McNally & Co., 1977; pp. 1-3.
- BACKMAN, C.;** *Analyzing Children's Work Procedures*; en Suydam, M. y Reys, R. (ed.); DEVELOPING COMPUTATIONAL SKILLS; NCTM, 1978 Yearbook, Reston Virginia; pp. 177-195.
- ÁVILA, A.;** *La comprensión del algoritmo de la multiplicación. Un estudio en 99 niños de 3o y 6o de la educación primaria*; en las *Memorias del VII Congreso Nacional de Profesores de Matemáticas*; ANPM, México, 1984; pp. 15-21.

Bibliografía complementaria

- DRISCOLL, Mark J.;** *Research Within Reach, Elementary School Mathematics*; NCTM; Reston Virginia.
- HANSEN, Viggo P. (ed);** *Computers in Mathematics Education*; NCTM; Reston Virginia; 1984.
- JOHNSON, D.A. y RISING, G.R.;** *Guidelines for teaching mathematics*; 2nd ed.; Wadsworth Publishing Co.; 1972.
- PAYNE, Joseph N. (ed);** *Mathematics Learning in Early Childhood*; NCTM; Reston Virginia.
- HART K. M. et. al.;** *Children's Understanding of mathematics: 11-16*; John Murray, London; 1981.