

Mediadores verbales para la transferencia del aprendizaje en matemáticas

1. Introducción

El problema de la transferencia del aprendizaje es uno de los más importantes en la enseñanza de todas las ramas del saber, en particular en la enseñanza de las matemáticas. Al estudiar la transferencia del aprendizaje se investiga la influencia que tienen ciertas habilidades, actitudes y otras funciones adquiridas anteriormente, en el comportamiento de un individuo en una variedad de situaciones subsecuentes. Existe un gran número de publicaciones que tratan de la transferencia del aprendizaje —en parte reportes de estudios de investigación y en parte exposiciones teóricas.

El psicólogo norteamericano M. C. Wittrock (1968) propone como un acceso a la investigación de la transferencia del aprendizaje el uso de un modelo teórico. Uno de los modelos que propone es el llamado *modelo de generalización mediada o de la transferencia mediada verbalmente*. Un modelo de generalización mediada es muy útil para describir el concepto de la transferencia mediada verbalmente, porque implica que se usen palabras y otros estímulos verbales para hacer distinciones y generalizaciones que, de otra manera, no serían (fácilmente) evidentes para

el estudiante. La presentación de tales estímulos también puede ser por escrito ya que 'verbal' aquí no se usa en el sentido oral.

Los estudios de Wittrock y sus asociados tratan de los efectos que tienen mediadores verbales como reglas y ejemplos sobre el aprendizaje, la retención y la transferencia. A pesar de la relevancia aparente de estos estudios para la enseñanza, hay dudas sobre si los resultados se pueden generalizar más allá del laboratorio de aprendizaje, debido a los tipos de tareas propuestas a los estudiantes (criptograma, sílabas carentes de sentido, mensajes en clave, dibujos abstractos, etc.). Por eso era necesario probar la utilidad del modelo de generalización mediada para el estudio de la transferencia en

Elfriede Wenzelburger
Maestría en Educación en
Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma
de México (UNAM)
México, D.F., México

un ambiente más cercano a la realidad que enfrentan maestros y alumnos diariamente en clase.

El estudio que aquí se expone fue realizado en 1974 y representa una investigación de los efectos producidos por los mediadores verbales seleccionados sobre diferentes niveles de la transferencia que pueden ocurrir en el aprendizaje de conceptos matemáticos en el salón de clase.

2. Método del estudio de investigación

El concepto matemático que se presentó a los participantes del estudio empírico fue la adición módulo n . Por razones de control experimental, el medio de enseñanza fueron textos programados, preparados especialmente por la investigadora para este estudio.

Los mediadores verbales cuyos efectos se estudiaron fueron:

(1.) **Material introductorio**, (2.) **Ejemplos** y (3.) **Reglas**. (En las tablas 2, 3 y 4 se usarán las abreviaturas **IM** para **material introductorio**, **Ex** para **ejemplos** y **R** para **reglas**).

1. El material introductorio consistió en un modelo concreto correspondiente a la descripción de un reloj de 12 horas, ilustrado con dibujos.

2. Los ejemplos presentados fueron adición módulo 5 (mód 5) a unos grupos, y adición módulos 5, 6 y 7 a otros.

3. Como reglas se usaron una **regla específica (SR)** y una **regla general (GR)** —la regla específica consistente en una definición de la adición módulo 5, y la regla general en una definición de la adición módulo n .

Los diferentes niveles de transferencia que se consideraron fueron denominados **especialización**, **generalización** y **razonamiento por analogía**. Estos términos se usaron con referencia a la interpretación que les fue dada por Polya (1966).

Cada nivel de transferencia se definió operacionalmente para fines del estudio:

La especialización era el paso de la adición mód 5 a la adición mód 3 y 4.

La generalización era el paso de la adición mód 5 a la adición mód n .

El razonamiento por analogía se definió como el paso de la adición mód 5 a la multiplicación mód 5.

Los tres mediadores verbales en el experimento determinaron los tres tratamientos (variables independientes):

Tratamiento 1: Presentación de material introductorio. Había dos niveles —**uso** y **no uso**.

Tratamiento 2: Presentación de ejemplos. Había dos niveles —**un ejemplo** y **tres ejemplos**.

Tratamiento 3: Presentación de reglas. Había tres niveles —**regla específica**, **regla general** y **ninguna regla (NR)**.

Como diseño experimental se eligió un diseño factorial con efectos fijos (véase glosario) del orden $2 \times 2 \times 3$ debido al número de variables independientes (3) y los niveles de éstas (2, 2 y 3).

El propósito del experimento fue buscar respuestas para las siguientes preguntas:

1. ¿Es posible facilitar la transferencia en los niveles identificados como generalización, especialización y razonamiento por analogía mediante el uso de material introductorio en forma de un modelo concreto?

2. ¿Es posible facilitar los niveles de transferencia mencionados en 1., mediante el uso de un ejemplo o bien tres ejemplos?

3. ¿Es posible facilitar la transferencia en los niveles mencionados en 1., mediante el uso de reglas?

A raíz de estas preguntas se formularon las tres hipótesis mayores del experimento:

Hipótesis 1: Para los tres niveles de transferencia, la media del grupo que recibe el material introductorio será significativamente mayor que la media del grupo que no recibe dicho material.

Hipótesis 2: Para los tres niveles de transferencia, la media del puntaje del grupo que recibe tres ejemplos será significativamente mayor que la del grupo que recibe sólo un ejemplo.

Hipótesis 3: Para los tres niveles de transferencia van a resultar diferencias significativas entre las medias de los grupos que reciben la regla general, la regla específica o bien ninguna regla.

Los textos programados preparados para enseñar la adición modular a los alumnos participantes y los exámenes de selección múltiple con los cuales se midieron la especialización, la generalización y el razonamiento por analogía fueron probados en dos estudios preliminares (estudios piloto).

La población del estudio principal aquí reportado consistió en 104 estudiantes de 1er. año de secundaria de una escuela

rural en Texas. De acuerdo con el diseño experimental se asignaron los estudiantes al azar a los 12 grupos de tratamiento (véase Figura 1).

El experimento duró 5 días, de los cuales 3 de ellos fueron dedicados a la enseñanza, y dos a la medición de los resultados mediante los exámenes de transferencia del tipo selección múltiple.

La validez de los tres exámenes como instrumentos para medir el efecto de los tratamientos sobre los tres niveles de transferencia fue establecida por especialistas en educación matemática de la Universidad de Texas en Austin.

Como medida de la confiabilidad (véase glosario) de los exámenes se usó el coeficiente alfa de Cronbach (1951) que resultó 0.90 para el examen de especialización (Test 1), 0.83 para el examen de generalización (Test 2) y 0.85 para el examen de analogías (Test 3) de un máximo de 1.00.

3. Resultados del estudio

Para comparar los resultados de los estudiantes en los diferentes grupos de tratamiento en los tres exámenes de transferencia se usó un análisis de variancia (véase glosario). Todos los cálculos para

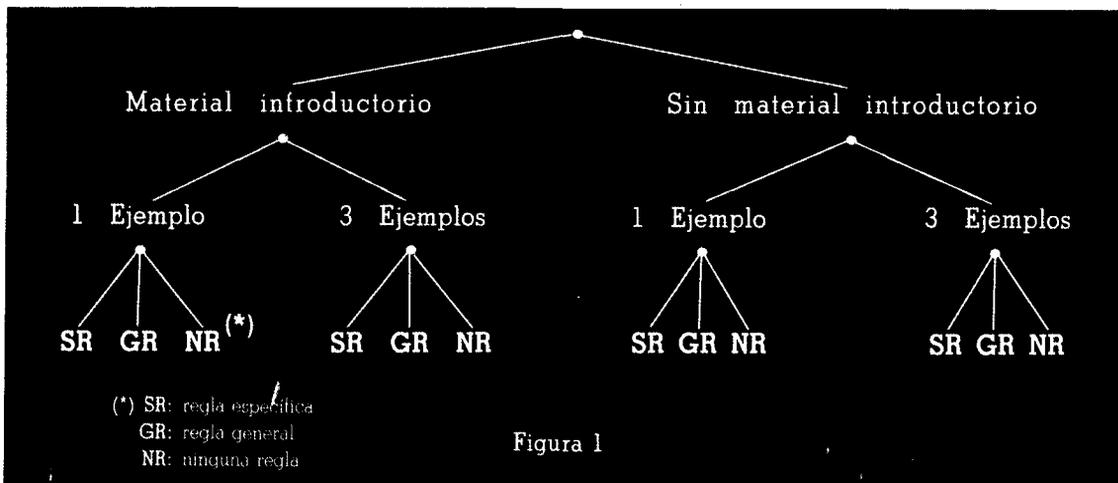


Figura 1

TABLA 1
MEDIAS Y DESVIACIONES ESTÁNDARES PARA
LOS TESTS 1, 2 Y 3

	Test 1 (Especialización)	Test 2 (Generalización)	Test 3 (Analogías)
Media	15.07	9.96	15.08
σ	6.33	4.48	5.07
n	83	85	78
Máximo	25	18	23

el análisis de variancia se llevaron a cabo con una computadora, al igual que la corrección de los exámenes, ya que los estudiantes usaron hojas ópticas. De esta manera se trató de reducir los errores en la recopilación de datos a un mínimo.

Las medias y desviaciones estándares para los tres exámenes se dan en la Tabla 1.

Los resúmenes de los resultados del análisis de variancia para cada uno de los tres tests se presentan en las Tablas 2, 3 y 4, respectivamente. En la columna 1 se indica la fuente de la variancia; en la columna 2, los grados de libertad (véase glosario); en la columna 3 las variancias estimadas (suma de cuadrados); en la columna 4 los cocientes F y en la columna 5 las probabilidades asociadas (véase glosario).

En las Tablas 2, 3 y 4 puede verse que el uso de material introductorio produjo un efecto significativo a un nivel de significación de 5% para el examen 1, que era el de especialización. Para el examen 2 de generalización, la prueba (véase la columna 5 de la Tabla 3) no alcanzó el nivel de significación de 0.05 (5%), pero la probabilidad asociada fue de 0.10 lo que sugiere un efecto consistente pero no significativo. La prueba F no produjo un resultado significativo para el Examen 3 de razonamiento por analogía (véase columna 5 de la Tabla 4, $p = 0.51$). Las Tablas 2, 3 y 4 también indican que las pruebas F (véase glosario) para la variable "número de ejemplos" no mostraron diferencias significativas entre los grupos de tratamiento. Además, se ve de las mismas tablas que las reglas produjeron un efecto significa-

TABLA 2
RESUMEN DE LOS RESULTADOS DEL ANÁLISIS
DE VARIANCIA PARA TEST 1
(ESPECIALIZACIÓN)

Fuente	Grados de libertad	Variancia estimada	Cociente F	Probabilidad
Total	82	39.13	—	—
Entre grupos	11	58.35	—	—
Material introd.	1	217.59	6.08	0.02*
Ejemplos	1	1.46	0.04	0.84
Reglas	2	150.92	4.18	0.02*
IM \times Ex	1	13.62	0.38	0.55
IM \times R	2	21.25	0.59	0.56
Ex \times R	2	8.88	0.25	0.79
IM \times Ex \times R	2	23.53	0.65	0.58
Error	71	36.15	—	—

* Significativo a un nivel de 0.05.

TABLA 3

RESUMEN DE LOS RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE VARIANCIA PARA TEST 2 (GENERALIZACIÓN)

<i>Fuente</i>	<i>Grados de libertad</i>	<i>Variancia estimada</i>	<i>Cociente F</i>	<i>Probabilidad</i>
Total	81	20.62	—	—
Entre grupos	11	22.37	—	—
Material introd.	1	55.34	2.72	0.10
Ejemplos	1	5.72	0.28	0.60
Reglas	2	57.15	2.81	0.06
IM × Ex	1	14.88	0.73	0.40
IM × R	2	5.84	0.29	0.76
Ex × R	2	11.10	0.55	0.59
IM × Ex × R	2	10.96	0.54	0.59
Error	70	20.35	—	—

TABLA 4

RESUMEN DE LOS RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE VARIANCIA PARA TEST 3 (ANALOGÍAS)

<i>Fuente</i>	<i>Grados de libertad</i>	<i>Variancia estimada</i>	<i>Cociente F</i>	<i>Probabilidad</i>
Total	73	26.39	—	—
Entre grupos	11	35.39	—	—
Material introd.	1	11.08	0.45	0.51
Ejemplos	1	6.60	0.27	0.61
Reglas	2	113.41	4.47	0.01*
IM × Ex	1	2.55	0.10	0.75
IM × R	2	31.34	1.26	0.29
Ex × R	2	18.68	0.75	0.48
Error	62	24.80	—	—

* Significativo a un nivel de 0.05.

tivo a un nivel de 5% para el examen de especialización (Test 1, $p = 0.02$) y el examen de razonamiento por analogía (Test 3, $p = 0.01$). La prueba para el examen 2 de generalización no alcanzó significación, pero la probabilidad asociada fue de 0.06, lo que sugiere la presencia de un efecto consistente aunque no significativo.

Dado que se pudo confirmar la hipótesis 3 estadísticamente en un nivel de 5% para el Examen 1 y 3, y a un nivel de 6% para el Examen 2, se procedió a usar pruebas t (véase glosario) en pares (Tablas 5 y 6). De esa manera se compararon los resultados de los exámenes para los grupos

que recibieron la regla específica y la regla general con los grupos que no recibieron regla alguna, respectivamente.

4. Conclusiones y limitaciones del estudio

Se encontraron pruebas estadísticas que indican que el uso del material introductorio, en forma de un modelo concreto del concepto matemático que se presentó a los estudiantes en este estudio facilitó el nivel de la transferencia definido como especialización. Una cierta consistencia en este efecto facilitador se ob-

TABLA 5

RESUMEN DE LOS TESTS (t DE STUDENT) PARA LA COMPARACIÓN DEL GRUPO SIN REGLA Y DEL GRUPO DE REGLA ESPECÍFICA

	Test 1 (Especialización)		Test 2 (Generalización)		Test 3 (Analogías)	
	sin regla	con regla	sin regla	con regla	sin regla	con regla
Media	12.46	16.57	8.12	10.61	11.46	15.33
Grados de libertad	52		52		49	
t	2.53		2.21		2.99	
Prob.	0.01*		0.03*		0.005*	
n	26	28	26	28	24	27

* Significativo a un nivel de 0.05.

servó también para la generalización, pero no en un nivel (estadísticamente) significativo.

El tercer tipo de transferencia, designado como razonamiento por analogías, no fue afectado por el uso del material introductorio como mediador verbal. Una explicación posible para esto es que los estudiantes que pudieron transferir el principio de la adición en un reloj, no vieron que la operación 'adición' fue una parte integral de este principio, la cual se podía reemplazar por la multiplicación sin cambiar la estructura básica del principio.

No se encontró evidencia estadística para rechazar la hipótesis de nulidad (véase glosario) de que el grupo que recibió

tres ejemplos obtuvo resultados iguales a los del grupo que recibió sólo un ejemplo, en los tres exámenes de transferencia. Esto pudo haber ocurrido porque, para la población de este estudio, el aprendizaje de adición modular fue un fenómeno 'todo y nada', en el sentido que los estudiantes aprendieron todo de un ejemplo y nada nuevo de los dos ejemplos adicionales. Una explicación alterna se puede buscar en la discusión de una posible razón para usar tres ejemplos. La razón principal parece ser que uno espera que los estudiantes sean capaces de ver similitudes entre ejemplos y puedan deducir principios abstractos que luego se transfieren. No obstante, si un tema matemático es lo suficien-

TABLA 6

RESUMEN DE LOS TESTS (t DE STUDENT) PARA LA COMPARACIÓN DEL GRUPO SIN REGLA Y DEL GRUPO DE REGLA GENERAL

	Test 1 (Especialización)		Test 2 (Generalización)		Test 3 (Analogías)	
	sin regla	con regla	sin regla	con regla	sin regla	con regla
Media	12.46	16.24	8.12	10.36	11.46	14.35
Grados de libertad	53		52		45	
t	2.29		1.92		2.04	
Prob.	0.02*		0.056		0.04*	
n	26	29	26	28	24	23

* Significativo a un nivel de 0.05.

temente complejo, este descubrimiento (*learning by discovery*) de un principio, mediante la presentación de varios ejemplos del mismo, puede no tener lugar.

Se encontró una variación significativa entre los grupos que usaron las reglas. Esto comprueba que hubo diferencias en la eficiencia de los tratamientos llamados 'uso de regla específica', 'uso de regla general' y 'ausencia de reglas', con la restricción de que el nivel de significación de la prueba F para el Examen 2 de generalización fue 0.06 y no 0.05 como se anticipó. Para los tres niveles de transferencia, el grupo que recibió una regla obtuvo mejores resultados que los grupos sin la regla. Se puede decir, en general, que las reglas presentadas como mediadores verbales realzaron los tres niveles de transferencia del tema matemático presentado.

En la evaluación de los resultados del estudio hay que considerar ciertas limitaciones. La muestra fue relativamente pequeña y limitada, ya que sólo participaron estudiantes de una escuela. Además, se presentó y se examinó sólo un tema, adición modular. Los resultados de este estudio pueden depender, en un cierto grado, de la naturaleza de los conceptos estudiados. También hay que considerar que la instrucción fue dada mediante textos programados, lo cual es diferente a una situación normal de clase. Sin embargo, es la opinión de la investigadora que los mismos efectos favorables a la transferencia se podrían observar si un maestro usara los mediadores verbales en otro tipo de escuela, con estudiantes de edad diferente y con otros conceptos matemáticos.

Considerando las implicaciones de los resultados precedentes, se puede decir que parece ser posible inducir la transferencia del aprendizaje a través de mediadores verbales apropiados. Especialmente reglas y material introductorio, en forma de modelos concretos, parecen facilitar la transferencia. Ambos tipos de mediadores son relevantes para la enseñanza de las matemáticas, ya que muchos conceptos matemáticos se pueden resumir en forma de reglas e ilustrar con modelos concretos. Esto no significa, por supuesto, que

estos mediadores verbales no se puedan usar para muchas otras materias.

También parece ser posible identificar diferentes niveles de transferencia que pueden ser afectados por diferentes tipos de mediadores verbales. Quizás es necesario parear ciertos mediadores con ciertos niveles de transferencia para producir un máximo de esta consecuencia tan deseable del aprendizaje.

Se podría decir que la transferencia no es automática, ya que los grupos que recibieron ninguno o no todos los mediadores tuvieron un rendimiento más bajo en los exámenes al final del experimento, que los grupos que recibieron los mediadores.

Por eso puede decirse que la transferencia del aprendizaje no necesariamente se sigue o es resultado de cualquier tipo de enseñanza, sino que se tiene que enseñar específicamente para aquello que uno se fija como objetivo de la enseñanza y que debía ser un máximo de transferencia de lo aprendido por los estudiantes.

Glosario Estadístico

(para mayores detalles véase referencia bibliográfica Rodríguez, A.)

1. Análisis de variancia

El análisis de variancia sirve para comprobar la significancia (9) de una diferencia entre las medias de varios grupos experimentales. Se trata de analizar la variación total de una respuesta, descomponiéndola en porciones independientes y significativas, atribuibles a cada una de las variables independientes y la variación casual (error). Se usa la prueba F (5).

2. Confiabilidad

Un coeficiente de confiabilidad mide la consistencia y estabilidad de un examen. Representa comúnmente la correlación entre diferentes formas o dos 'mitades' equivalentes (*split-half*) de un examen. El coeficiente alfa (Cronbach, ref. bibl. 2) es la media de todos los *split-half*.

3. Diseño factorial

En un diseño factorial se utiliza más de una variable independiente (tratamiento, factor experimental). Cada variable puede tener varios niveles. Se pueden cruzar todos los niveles de una variable con todos los niveles de las otras, es decir, aparecen todas las combinaciones posibles. De esta manera se permite la verificación de los efectos de los factores y su interacción. El análisis estadístico se realiza con un análisis de variancia (1).

4. Efectos (fijos)

Un efecto experimental se refleja como una diferencia entre las medias de varios grupos experimentales. Un efecto se dice fijo si se repite completamente en cada aplicación del diseño a una nueva población.

5. Estadística F

La estadística F se utiliza para comparar las variancias (estadísticas) de dos grupos experimentales. Su uso principal es en el análisis de variancia (1), donde se compara la variancia *entre* los grupos con la variancia *dentro* de los grupos (prueba F).

6. Estadística t

La estadística t se utiliza principalmente para comprobar la significancia (9) de la diferencia entre las medias de *dos* grupos experimentales (prueba t).

7. Grados de libertad

Es el número de elementos que puede escogerse libremente en una situación experimental, p. ej. si n es el tamaño de una muestra y k el número de restricciones para los cálculos de una estadística, hay $n - k$ grados de libertad.

8. Hipótesis de nulidad

La hipótesis de nulidad es la afirmación que ciertos parámetros (p. ej. medias) de grupos experimentales son iguales (su diferencia es nula).

9. Significancia (nivel de)

El nivel de significancia indica la probabilidad de rechazar la hipótesis de nulidad (8) cuando es verdadera. Es convención establecerlo en 0.05 (5%). Así se corre el riesgo de 5% de afirmar una diferencia entre grupos experimentales cuando no hay.

Bibliografía

CAMPBELL, D.T., Stanley, J.C. *Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social*, AMORRORTU EDITORES, Buenos Aires, 1970.

CRONBACH, L.J., "Coefficient alpha and the internal structure of test", *Psychometrika*, 1951, Vol. 16. (pág. 297-334).

GAGNÉ, R.M., Briggs, L.J. *La planificación de la enseñanza*, EDITORIAL TRILLAS, México, 1977.

HUERTA Ibarra, J., *Organización lógica de las experiencias del aprendizaje*, EDITORIAL TRILLAS, México, 1977.

POLYA, G., *Matemáticas y razonamiento plausible*, EDITORIAL TECNOS, México, 1966.

RODRÍGUEZ, A., *Investigación experimental en psicología y educación*, EDITORIAL TRILLAS, México, 1980.

WENZELBURGER, E., *Verbal mediators for transfer of learning in Mathematics*. (Unpublished Doctoral Dissertation), The University of Texas at Austin, 1974.

WITTRICK, M.C., "Three conceptual approaches to research on transfer of training". Gagné & Gephardt (dirs. eds.), *Learning research and school subjects*. PEACOCK PRESS, Los Ángeles, 1968.