

Curriculum y evaluación estándares para escuela de matemáticas

Comisión Nacional para Profesores en Matemáticas (NCTM), 1989

Una comisión especial del NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) en Estados Unidos elaboró estándares para currícula y evaluación de matemáticas del nivel primario y secundario, para responder de esta manera a las inquietudes que existen en torno a la educación matemática.

Un estándar específico es un criterio que se usa para juzgar la calidad del currículum en matemáticas o los métodos de evaluación. Por lo tanto, los estándares son afirmaciones acerca de lo que se valoriza.

Estos estándares se deben ver como una componente de la respuesta de la comunidad de matemática educativa a la actual crisis en el aprendizaje y la enseñanza de la matemática. Hay consenso que la mayoría de los estudiantes necesitan aprender más y muchas veces diferentes matemáticas. No solamente los enfoques principales y los contenidos matemáticos tienen que cambiar, sino también la metodología de enseñanza. Ésta debe incluir experimentación, investigación y comuni-

cación de ideas matemáticas así como razonamiento matemático.

Hay cinco metas principales que se proponen en el documento del NCTM y que se reflejan en las propuestas para los niveles preprimaria hasta el último año de la enseñanza medio-superior. Cada alumno debe:

1. Ser capaz de resolver problemas matemáticos.
2. Aprender a comunicarse matemáticamente.

Patrick Scott

University of New Mexico

Elfriede Wenzelburger

Maestría en Educación en Matemáticas

Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM)
México, D.F., México

3. Aprender a razonar matemáticamente.
4. Saber valorar las matemáticas.
5. Tener confianza en su capacidad de hacer matemáticas.

Esto implica que los estudiantes deben tener numerosas y variadas experiencias relacionadas que les permitan:

1. Resolver problemas complejos.
2. Leer, escribir y discutir matemáticas.
3. Formular conjeturas, probar y formar argumentos acerca de la validez de una conjetura.
4. Valorar la empresa intelectual llamada matemática, los hábitos del pensamiento matemático y el papel de la matemática en el quehacer humano.
5. Explorar, adivinar y cometer errores para ganar confianza en sus actividades matemáticas.

En particular, los estándares curriculares para el nivel medio-superior prevén las siguientes áreas de contenidos:

1. Matemáticas como resolución de problemas.
2. Matemáticas como comunicación.
3. Matemáticas como razonamiento.
4. Conexiones e interrelaciones entre diversos tópicos matemáticos.
5. Álgebra.
6. Funciones.
7. Geometría desde el punto de vista sintético.
8. Geometría desde el punto de vista algebraico.
9. Trigonometría.
10. Estadística.
11. Probabilidad.
12. Matemáticas discretas.
13. Fundamentos conceptuales del cálculo.
14. Estructuras matemáticas.

Para interpretar estos estándares en cuanto a las áreas de contenido, es importante observar que se basan en los contenidos y la metodología que se sugiere en los estándares para los niveles primaria y secundaria. Las áreas de contenidos no son equivalentes a nombres de cursos si-

no a tópicos que se pueden integrar a varios cursos.

Lo importante de los cambios curriculares aquí expuestos no está en los contenidos sino en el enfoque, la metodología de trabajo y en la convicción de los autores de estudiantes expuestos a experiencias matemáticas como las propuestas, serán capaces de desarrollar su potencial matemático y se pueden considerar matemáticamente alfabetizados o haber adquirido una competencia funcional en matemáticas.

Enseguida presentamos los supuestos en los cuales se basan los estándares, un resumen de los cambios para el nivel medio superior (grados 9, 10, 11, 12) y una descripción detallada de cada uno de los 14 estándares.

Supuestos subyacentes:

Los estándares curriculares para los grados 9-12 se basan en los siguientes supuestos:

- Los alumnos que ingresan al grado 9 han tenido las experiencias matemáticas de un currículum amplio y rico como se bosqueja en los estándares para los grados anteriores.*
- Se espera de todos los alumnos un nivel de destreza computacional especificado en los estándares para los grados anteriores; sin embargo, no se negará a ningún alumno el acceso al estudio de las matemáticas en los grados 9-12 debido a una falta de facilidad computacional.
- Aunque los cálculos aritméticos no serán un objeto de estudio en los grados 9-12, se reforzarán en el contexto de aplicaciones y resolución de problemas (incluyendo las situaciones donde se tratan asuntos de computación científica), la comprensión conceptual y de procedimientos y la habilidad para estimar y aproximar y juzgar si los resultados son razonables.

* En el Vol. 2, No. 1 de esta revista, se presentará una reseña de los estándares curriculares para los grados 5, 6, 7 y 8.

- Estarán disponibles para todos los alumnos calculadoras científicas en todo momento. Estas calculadoras contarán con graficación.
- Una computadora estará disponible en todo momento en cada aula para demostraciones y cada alumno tendrá acceso a computadoras para trabajos individuales y en grupos.
- Se requerirán por lo menos tres años de estudios de matemáticas para todos los alumnos.
- Estos tres años de estudios de las matemáticas se centrarán en un currículum básico diferenciable en términos de la profundidad y amplitud del tratamiento y la naturaleza de las aplicaciones. La diferencia de contenidos se ilustra con varios ejemplos en el documento.
- Se requerirán cuatro años de estudios de las matemáticas para todos los alumnos que pretendan ir a la universidad.
- Estos cuatro años giran alrededor de un currículum amplificado que incluye extensiones del currículum básico y para el cual, el cálculo diferencial e integral ya no representa la culminación.
- Todos los estudiantes van a llevar cursos adecuados de matemáticas en el último año (grado 12).

Resumen de los cambios en los contenidos y los énfasis en las matemáticas de los grados 9-12

Tópicos que recibirán MÁS ATENCIÓN:

En el estudio de Álgebra:

- el uso de problemas del mundo real para motivar y aplicar la teoría.
- uso de computadoras para desarrollar una comprensión conceptual.
- métodos basados en la computadora tal como aproximaciones sucesivas y graficación para resolver ecuaciones e inecuaciones.

En el estudio de Geometría:

- integración a través de tópicos en todos los niveles.

- planteamientos basados en coordenadas y transformaciones geométricas.
- desarrollo de secuencias cortas y de teoremas.
- expresar argumentos deductivos verbalmente y en forma de oraciones y párrafos.
- exploraciones con computadoras de figuras de dos y tres dimensiones.
- geometría tridimensional.
- aplicaciones del mundo real y el uso de modelos.

En el estudio de Trigonometría:

- el uso de calculadoras científicas.
- aplicaciones realistas y el uso de modelos.
- conexiones entre las razones de triángulos rectángulos, funciones trigonométricas y funciones circulares.
- técnicas de graficación con computadora para resolver ecuaciones e inecuaciones.

En el estudio de Funciones:

- integración a través de tópicos en todos los niveles.
- las conexiones entre las situaciones de problemas, su modelo como una función en forma simbólica y la gráfica de esa función.
- ecuaciones de funciones en forma estándar para verificar si gráficas generadas por computadoras son razonables.
- funciones construidas como modelos de problemas del mundo real.

El estudio de estadística.

El estudio de probabilidades.

El estudio de matemáticas discretas.

Tópicos que recibirán MENOS ATENCIÓN:

En el estudio de Álgebra:

- problemas de texto rutinarios tal como los relacionados con monedas, dígitos, trabajo.
- simplificación de expresiones radicales.
- factorización para resolver ecuaciones y simplificar expresiones racionales.

En el estudio de Geometría:

- geometría Euclideana como un sistema axiomático completo.
- demostraciones de teoremas de incidencia.
- geometría de un punto de vista sintético.
- demostraciones de dos columnas.
- polígonos inscritos y circunscritos.
- teoremas sobre circunferencias.
- geometría analítica como un curso separado.

En el estudio de Trigonometría:

- verificación de identidades complejas
- aplicaciones numéricas de identidades con sumas, diferencias, ángulos dobles y mitad de ángulos.
- destrezas en el uso de tablas e interpolación.
- solución de ecuaciones trigonométricas con lápiz y papel.

En el estudio de Funciones:

- su tratamiento como un curso separado.
- evaluación con papel y lápiz.
- gráficas hechas a mano usando tablas de valores.
- fórmulas dadas como modelos de problemas del mundo real.
- transformación de ecuaciones de funciones a forma estándar para graficarlas.

Enseguida se presentan los 14 estándares en forma explícita. El documento incluye ejemplos para cada estándar en el cual se especifican el enfoque y una discusión.

Estándar 1.

Las matemáticas como la resolución de problemas

En los grados 9-12, el currículum matemático debe incluir el refinamiento y la extensión de los métodos de la resolución de problemas matemáticos para que todos los alumnos puedan:

- aplicar, con confianza creciente, estrategias de resolución de problemas matemáticos para resolver problemas dentro y fuera de la matemática;
- reconocer y formular problemas dentro y fuera de las matemáticas;
- aplicar el proceso de modelación matemática a situaciones de problemas del mundo real.

Estándar 2.

Las matemáticas como comunicación

En los grados 9-12, el currículum matemático debe incluir un desarrollo continuo del lenguaje y simbolismo matemático para comunicar ideas matemáticas para que todos los alumnos puedan:

- reflexionar y aclarar sus ideas y relaciones matemáticas y
- apreciar y utilizar el poder de las matemáticas como un medio para representar ideas y describir relaciones;
- formular definiciones matemáticas y expresar generalizaciones que se han descubierto a través de investigaciones;
- expresar ideas matemáticas verbalmente y por escrito;
- leer con comprensión las representaciones escritas de las matemáticas;
- hacer preguntas para clarificar y extender las matemáticas sobre las cuales han leído o de las cuales han escuchado;
- apreciar la economía, el poder y la elegancia de las notaciones matemáticas y su papel en el desarrollo de ideas matemáticas.

Estándar 3.

Las matemáticas como razonamiento

En los grados 9-12, el currículum matemático debe incluir experiencias numerosas y variadas que refuercen y extiendan el razonamiento lógico para que todos los alumnos puedan:

- hacer y comprobar conjeturas;
- formular contraejemplos;
- seguir argumentos lógicos;
- juzgar la validez de argumentos;
- construir argumentos válidos sencillos

y para que, además, los alumnos que vayan a la universidad puedan:

- construir demostraciones de afirmaciones matemáticas, incluyendo demostraciones indirectas y demostraciones por inducción matemática.

Estándar 4.

Conexiones e interrelaciones entre diversos tópicos matemáticos

En los grados 9-12, el currículum matemático debe incluir investigaciones sobre la conexión y la interrelación entre los varios tópicos matemáticos y sus aplicaciones para que todos los alumnos puedan:

- reconocer las representaciones equivalentes del mismo concepto;
- relacionar procedimientos en una representación a los procedimientos en una representación equivalente.
- usar y valorar las conexiones entre tópicos matemáticos;
- usar y valorar las conexiones entre matemáticas y otras disciplinas.

Estándar 5.

Álgebra

En los grados 9-12, el currículo matemático debe incluir el estudio continuo de conceptos y métodos algebraicos para que todos los estudiantes puedan:

- representar situaciones que involucran contenidos variables con expresiones, ecuaciones, desigualdades y matrices;
- usar tablas y gráficas como herramientas para interpretar expresiones, ecuaciones y desigualdades;
- hacer aplicaciones con expresiones y matrices y resolver ecuaciones y desigualdades;
- apreciar el poder de la abstracción y el simbolismo matemático y además, para que los alumnos que vayan a la universidad puedan:
- usar matrices para resolver sistemas lineales;
- mostrar facilidad técnica con transformaciones algebraicas, incluyendo técnicas basadas en la teoría de ecuaciones.

Estándar 6.

Funciones

En los grados 9-12, el currículo matemático debe incluir el estudio continuo de las funciones para que todos los alumnos puedan:

- modelar fenómenos del mundo real con una variedad de funciones;
- representar y analizar relaciones usando tablas, descripciones verbales y gráficas;
- traducir entre representaciones tabu-

lares, simbólicas y gráficas de funciones;

- reconocer que una variedad de situaciones problemas pueden ser modelados con el mismo tipo de funciones;
- analizar los efectos de cambios en los parámetros en las gráficas de funciones;

y para que, además, los alumnos que vayan a la universidad puedan:

- entender operaciones, propiedades y comportamientos generales de clases de funciones.

Estándar 7.

La geometría desde el punto de vista sintético

En los grados 9-12, el currículo matemático debe incluir la continuación del estudio de figuras de dos y tres dimensiones para que todos los alumnos puedan:

- interpretar y dibujar objetos tridimensionales;
- representar situaciones de problemas con modelos geométricos y aplicar propiedades de figuras;
- clasificar figuras en términos de congruencia y similitud y aplicar dichas relaciones;
- deducir de supuestos dados las propiedades de figuras y relaciones entre ellas;

y para que, además, los alumnos que vayan a la universidad puedan:

- desarrollar una comprensión de un sistema axiomático a través de investigación y una comparación de varias geometrías.

Estándar 8.

Geometría desde el punto de vista algebraico

En los grados 9-12, el currículo matemático debe incluir el estudio de figuras de dos y tres dimensiones de un punto de vista geométrico para que todos puedan:

- traducir de las representaciones sintéticas a las analíticas con sistema de coordenadas;
- deducir las propiedades de figuras

- usando transformaciones y sistemas de coordenadas;
- identificar figuras congruentes y semejantes usando transformaciones;
 - analizar propiedades de transformaciones Euclidianas y relacionar traslaciones con vectores;

y para que, además, los alumnos que vayan a la universidad puedan:

- deducir propiedades de figuras usando vectores;
- aplicar transformaciones, coordenadas y vectores en la resolución de problemas.

Estándar 9.

Trigonometría

En los grados 9-12, el currículum matemático debe incluir el estudio de trigonometría para que los alumnos puedan:

- aplicar la trigonometría a situaciones de problemas con triángulos;
- explorar fenómenos periódicos del mundo real usando las funciones seno y coseno;

y para que, además, los alumnos que vayan a la universidad puedan:

- entender la conexión entre funciones trigonométricas y circulares;
- usar funciones circulares para modelar fenómenos periódicos del mundo real;
- aplicar técnicas generales para graficar funciones trigonométricas;
- resolver ecuaciones trigonométricas y verificar identidades trigonométricas;
- entender las conexiones entre funciones trigonométricas y coordenadas polares, numerosos complejos y series.

Estándar 10.

Estadística

En los grados 9-12, el currículum matemático debe incluir el estudio continuo del análisis de datos y estadísticas para que todos los estudiantes puedan:

- construir y hacer inferencias de cua-

- datos, tablas y gráficas que resumen datos de situaciones del mundo real;
- usar el ajuste a curvas (*curve-fitting*) hacer predicciones a partir de datos;
 - entender y aplicar medidas de tendencia central, variabilidad y correlación;
 - entender el muestreo y su papel en afirmaciones estadísticas;
 - diseñar un experimento estadístico para estudiar un problema, llevar a cabo el experimento e interpretar y comunicar los resultados;
 - analizar los efectos de transformaciones de datos sobre medidas de tendencia central y variabilidad;

y para que, además, los alumnos que vayan a la universidad puedan:

- examinar hipótesis con el método estadístico apropiado;
- transformar datos para ayudar a la interpretación de éstos y a la predicción.

Estándar 11.

Probabilidades

En los grados 9-12, el currículum matemático debe incluir el estudio continuo de probabilidades para que todos los alumnos puedan:

- usar probabilidades experimentales o probabilidades teóricas, como apropiados para representar y resolver situaciones de problemas que presentan incertidumbre;
- usar simulaciones para estimar probabilidades;
- entender el concepto de variable aleatoria;
- crear e interpretar distribuciones discretas de probabilidad;
- describir en términos generales la curva normal y usar sus propiedades para contestar preguntas acerca de conjuntos de datos que supuestamente están distribuidos en forma normal;

y para que, además, los alumnos que vayan a la universidad puedan:

- aplicar el concepto de variable aleatoria para generar e interpretar las distribuciones de probabilidad incluyen-

do la binomial, uniforme, normal e chi-cuadrada.

Estándar 12.

Matemáticas discretas

En los grados 9-12, el currículum matemático debe incluir tópicos de las matemáticas discretas para que todos los alumnos puedan:

- representar situaciones de problemas usando estructuras discretas como gráficas finitas, matrices, sucesiones y series, y relaciones de recurrencia;
- representar y analizar gráficas finitas usando matrices;
- desarrollar y analizar algoritmos;
- resolver problemas de enumeración y probabilidades finitas;

y para que, además, los alumnos que vayan a la universidad puedan:

- representar y resolver problemas usando programación lineal y ecuaciones de diferencias;
- investigar situaciones de problemas que surgen en conexión con la validación con computadoras y, la aplicación de algoritmos.

Estándar 13.

Fundamentos conceptuales del cálculo

En los grados 9-12, el currículum matemático debe incluir la exploración informal de los conceptos de cálculo desde una perspectiva gráfica y numérica para que todos los alumnos puedan:

- determinar puntos máximos y mínimos de una gráfica e interpretar los resultados en situaciones de problemas;
- investigar los procesos de límite a tra-

vés de una examinación de sucesiones y series infinitas y áreas bajo curvas;

y para que, además, los alumnos que vayan a la universidad puedan:

- entender los fundamentos conceptuales de límite, área bajo una curva, razón de cambio y pendiente de líneas tangentes y su aplicación en otras disciplinas;
- analizar las gráficas de funciones polinómicas, racionales, radicales y trascendentales.

Estándar 14.

Estructuras matemáticas

En los grados 9-12, el currículum matemático debe incluir el estudio de las estructuras matemáticas para que todos los alumnos puedan:

- comparar y contrastar el sistema de números reales y sus varios subsistemas en términos de estructuras características;
- entender la lógica de procedimientos algebraicos;
- apreciar que algunos sistemas matemáticos que parecen ser diferentes podrían ser esencialmente iguales;

y para que, además, los alumnos que vayan a la universidad puedan:

- desarrollar el sistema de números complejos y mostrar facilidad con sus operaciones;
- demostrar teoremas elementales con varias estructuras matemáticas, tal como grupos y campos;
- desarrollar una comprensión de la naturaleza y propósito de sistemas axiomáticos.

Bibliografía

GOOD, Thomas L., GROUWS, D.A., EBMEIR, H.: *Active mathematics teaching*. New York, Longman, 1983.

GROUWS, Douglas, A.: *Teaching tomorrows; skills responsibly*. *Arithmetic Teacher*, Vol. 36, No. 2, Oct. 1988.

National Council of Teachers of Mathematics: *Priorities in School mathematics*, 1981.

National Council of Teachers of Mathematics: *An Agenda for Action*, 1980.

National Council of Teachers of Mathematics: *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, 1989.