ARTÍCULOS DE INVESTIGACIÓN https://doi.org/10.24844/EM3801.05

Competencia diagnóstica de futuros docentes en tareas algebraicas: detección, causas y gestión de errores sobre el signo igual

Diagnostic competence of pre-service teachers in algebraic tasks: detection, causes and processing of errors involving the equal sign

Nataly Pincheira,[1] Ángel Alsina,[2] Yeni Acosta[3]

Resumen: Se analiza la competencia diagnóstica de 76 futuros docentes de Educación Primaria a través de la detección, las causas y la gestión de errores cometidos por estudiantes al realizar tareas algebraicas sobre el signo igual, que evidencian el significado relacional de este signo. Se ha diseñado un estudio con un enfoque cualitativo de carácter descriptivo y, a partir de la técnica de análisis de contenido, se han analizado tres categorías de la competencia diagnóstica: a) detección del error; b) sugerencias de causas; y c) gestión del error. Los resultados revelan que los futuros docentes identifican errores matemáticos sobre el signo igual de manera adecuada; sin embargo, presentan ciertas limitaciones para detectar las posibles causas del error y proponer estrategias adecuadas para gestionarlos. Se concluye que es necesario planificar e implementar planes de formación eficaces durante la formación inicial para abordar los errores asociados con los significados del signo igual en el contexto del álgebra escolar, con el propósito de avanzar hacia el desarrollo de la competencia diagnóstica.

Fecha de recepción: 25 de octubre de 2024. **Fecha de aceptación:** 27 de octubre de 2025.

[1] Universidad de Girona, nataly.pincheira@udg.edu, https://orcid.org/0000-0002-5051-964X.
[2] Universidad de Girona, angel.alsina@udg.edu, https://orcid.org/0000-0001-8506-1838.
[3] Universidad de Girona, yeni.acosta@udg.edu, https://orcid.org/0000-0001-9873-2127.

Palabras clave: *tareas algebraicas, signo igual, errores matemáticos, competencia diagnóstica, futuros docentes, Educación Primaria.*

Abstract: The diagnostic competence of 76 pre-service teachers of Primary Education is analyzed through the detection, causes and processing of errors made by students when performing early algebra tasks on the equal sign, which show the relational meaning of this sign. A study was designed with a descriptive qualitative approach and, using the content analysis technique, three categories of diagnostic competence were analyzed: a) error detection; b) suggestions of causes; and c) error processing. The results reveal that the pre-service teachers identify mathematical errors about the equal sign adequately; however, they present certain limitations in detecting the possible causes of the error and proposing appropriate strategies to manage them. It is concluded that it is necessary to plan and implement effective training plans during initial education to address errors associated with the meanings of the equal sign in the context of school algebra, in order to move towards the development of diagnostic competence.

Keywords: *algebraic tasks, equal sign, mathematical errors, diagnostic competence, pre-service teachers, Primary Education.*

1. INTRODUCCIÓN

El signo igual es uno de los conocimientos relevantes del enfoque *Early Algebra*, a partir de ahora álgebra temprana, dado que su comprensión permite comenzar a construir el pensamiento algebraico desde los primeros niveles de escolarización (Blanton *et al.*, 2015). Existe un consenso general en que la comprensión relacional del signo igual promueve un nivel más avanzado de competencia algebraica, incluyendo habilidades para resolver ecuaciones (Alibali *et al.*, 2007; Knuth *et al.*, 2006; Matthews *et al.*, 2012). No obstante, alcanzar una comprensión adecuada del signo igual implica establecer un estrecho vínculo entre la aritmética y el álgebra, puesto que requiere prestar especial énfasis en las estructuras que subyacen a las operaciones aritméticas y sus propiedades, en lugar de centrarse exclusivamente en la fluidez del cálculo (Molina, 2006).

Una de las grandes dificultades en la construcción del pensamiento algebraico en Educación Primaria se ha asociado a interpretaciones incorrectas o incompletas del signo igual. En este sentido, diversos estudios (Carpenter *et al.*, 2005; Molina y Ambrose, 2008) aseguran que los estudiantes tienden a interpretar el signo igual como un operador, es decir, como el indicador del resultado de una operación y no como un signo bidireccional, o sea, como indicador de una expresión de equivalencia (Burgell y Ochoviet, 2015; Parodi *et al.*, 2017), lo que resulta imprescindible para promover el pensamiento relacional (Molina *et al.*, 2009). Así pues, una comprensión relacional del signo igual indica un adecuado pensamiento algebraico (Kaput *et al.*, 2008); sin embargo, no alcanzar esta comprensión relacional durante los primeros niveles escolares, dificulta el aprendizaje de conocimientos algebraicos en niveles superiores, como las ecuaciones (Knuth *et al.*, 2011).

En consecuencia, para apoyar el aprendizaje individual de los estudiantes y asegurar un desarrollo adecuado del pensamiento algebraico en general, y del pensamiento relacional en particular, los docentes de matemáticas deben tener conocimientos y habilidades para detectar y gestionar eficazmente los errores del alumnado al enfrentarse a tareas del signo igual, siendo conscientes de su importancia, conociendo los motivos de los errores y desarrollando estrategias para afrontarlos.

Los errores a menudo se consideran afirmaciones que contradicen los enunciados y definiciones generales de las matemáticas o métodos generalmente aceptados (Heinze, 2004). En este estudio, asumimos el error como "un dato empírico que muestra un desconocimiento o conocimiento inadecuado que tiene un alumno o un grupo de alumnos" (Lupiáñez y Rico, 2015, p. 54). Heinrichs y Kaiser (2018) subrayan que la capacidad del profesorado para identificar las concepciones erróneas de los estudiantes forma parte de la competencia diagnóstica. Por tanto, el desarrollo de dicha competencia resulta esencial para comprender y evaluar el pensamiento matemático de los estudiantes (Larraín y Kaiser, 2022), puesto que permite explorar cómo se entiende la comprensión matemática de los futuros docentes y cómo dicha comprensión se emplea para tomar decisiones en su instrucción (Parodi *et al.*, 2024).

Hoth *et al.* (2016) advierten que, en la competencia diagnóstica, intervienen los conocimientos y las habilidades específicas que el profesorado necesita durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; en consecuencia, la práctica docente está condicionada en buena medida por las decisiones diagnósticas.

Así, considerando por un lado la importancia que tiene la enseñanza y aprendizaje del signo igual como un componente clave en el desarrollo del pensamiento algebraico temprano; y, por otro lado, las dificultades que presentan los estudiantes en la interpretación de este símbolo (Prediger, 2010; Stephens, 2006; Kiliç y Masal, 2019), es necesario profundizar en situaciones de error escolar en torno a este conocimiento como un escenario clave que permite al profesorado, en formación, transitar hacia el desarrollo de la competencia diagnóstica. Desde esta perspectiva, nos preguntamos: ¿cómo abordan los futuros docentes de Educación Primaria los errores de los escolares en tareas que involucran el uso del signo igual?

Para dar respuesta a esta pregunta de investigación, se asume el modelo de competencia diagnóstica en situaciones de error propuesta por Heinrichs y Kaiser (2018). Con base en este marco, el objetivo de nuestro estudio consiste en analizar cómo los futuros docentes de Educación Primaria identifican y gestionan los errores cometidos por estudiantes al realizar tareas de álgebra temprana sobre el signo igual.

2. MARCO DE REFERENCIA

Esta sección se centra en dos elementos claves para nuestro estudio. En primer lugar, se aborda la competencia diagnóstica con un enfoque particular en el proceso de diagnóstico de situaciones de error. En segundo lugar, se relacionan los diversos significados que, desde la literatura, se asocian con el signo igual.

2.1 La competencia diagnóstica en situaciones de error

La competencia diagnóstica juega un papel importante en la educación matemática, puesto que es una de las competencias que requiere el profesorado para alcanzar el desarrollo de una enseñanza exitosa de las matemáticas (Heinrichs y Kaiser, 2018; Lupiáñez y Rico, 2015). Vogt y Rogalla (2009) advierten que la competencia diagnóstica del profesorado es necesaria, puesto que "los docentes tienen el desafío de satisfacer diversas necesidades de aprendizaje y adaptar su enseñanza a habilidades académicas heterogéneas, así como a múltiples intereses y motivaciones" (p. 1051).

Heinrichs y Kaiser (2018) definen la competencia diagnóstica como "necesaria para llegar a juicios implícitos basados en la evaluación formativa en

situaciones de enseñanza mediante el uso de métodos informales y semi-formales" (p. 81). Los autores concretan la competencia diagnóstica del profesorado para abordar los errores que pueden tener los estudiantes al enfrentarse a una determinada tarea matemática, a través de un modelo centrado en el proceso de diagnóstico de situaciones de error (figura 1).

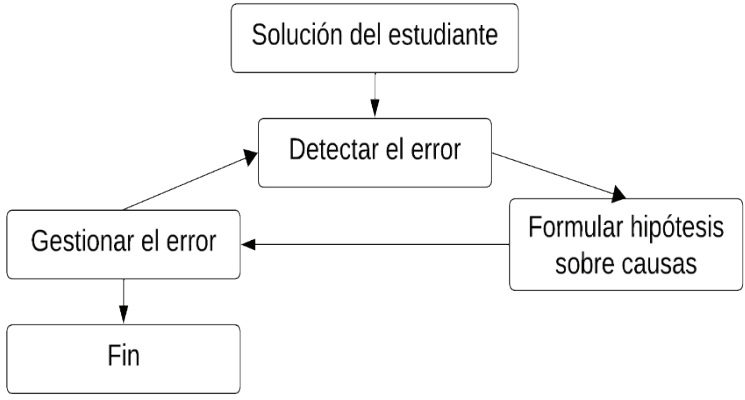


Figura 1. Modelo del proceso de diagnóstico en situaciones de error (Heinrichs y Kaiser, 2018, p. 84).

El modelo propuesto por Heinrichs y Kaiser (2018) orienta la detección de errores matemáticos desde un punto de vista no estático, es decir, no se centra en la precisión del juicio, sino más bien se enfoca en el proceso de diagnóstico, fomentando las decisiones que debe tomar el profesorado durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Así pues, el modelo plantea tres fases que debe considerar el profesorado para llevar a cabo el proceso de diagnóstico: en primer lugar, es necesario percibir o identificar el error; posteriormente, el profesorado requiere formular una hipótesis sobre las posibles razones del error y, seguidamente, sobre la base de esta hipótesis, se requiere encontrar una estrategia para gestionar el error, de manera que los estudiantes superen la idea errónea.

Cabe destacar que la primera fase de detección del error es crucial para gestionarlo posteriormente, dado que una reacción solo es posible cuando se percibe un error. Sin embargo, la segunda fase del proceso de diagnóstico en

situaciones de error puede considerarse la más compleja y la parte central del modelo, ya que es un punto en común que comparte con otros modelos de competencia diagnóstica (Klug *et al.*, 2013). Es importante que el profesorado determine las fuentes de errores, ya que "enseñar implica más que identificar las respuestas correctas. Una enseñanza hábil requiere ser capaz de evaluar la fuente de un error matemático" (Ball *et al.*, 2008, p. 397). Por último, la tercera fase resulta fundamental para fomentar la comprensión de los estudiantes; no obstante, son escasos los estudios empíricos sobre las formas apropiadas o eficaces de abordar los errores en matemáticas.

Algunos estudios se han centrado en analizar la competencia diagnóstica en situaciones de error de futuros docentes de Educación Primaria (Fernández-Plaza *et al.*, 2019; Larraín y Kaiser, 2022) revelando que, a nivel general, los futuros docentes realizan la detección del error de forma adecuada; sin embargo, les resulta más complejo identificar su naturaleza. Asimismo, las hipótesis que proponen sobre las posibles causas del error se centran en la falta de comprensión conceptual de los estudiantes.

En el contexto específico del álgebra, algunos estudios han abordado la comprensión del signo igual en el ámbito de la formación inicial de docentes. Stephens (2006) explora la habilidad docente de interpretar el pensamiento matemático de los escolares en situaciones del signo igual con 30 futuros docentes norteamericanos de Educación Primaria. Los resultados revelan que los futuros docentes presentan limitaciones para comprender que las dificultades que muestran los estudiantes tienen relación con ideas erróneas sobre el significado del signo igual. Del mismo modo, Medina (2018) evidencia dificultades de 9 futuros docentes uruguayos de Educación Primaria tanto para identificar errores de los escolares como para realizar recomendaciones que garanticen una interpretación idónea del signo igual. En las investigaciones de van den Kieboom *et al.* (2017) y Kiliç y Masal (2019) se analizan las destrezas de futuros docentes para explorar las estrategias utilizadas por estudiantes al resolver tareas vinculadas con el signo igual. Los resultados evidencian que los futuros docentes presentan dificultades para determinar la comprensión del signo igual que desarrollan los estudiantes.

Barboza *et al.* (2020) exploran la habilidad de seis docentes brasileños de Educación Primaria en activo para interpretar el pensamiento algebraico de los estudiantes sobre los diferentes significados del signo igual, identificando limitaciones para influir en los errores y la comprensión de los estudiantes en tareas de reconocer y asignar otros significados al signo igual, más allá del significado operacional.

2.2 El signo igual

Indica una relación de igualdad entre dos expresiones matemáticas que se escriben a ambos lados de dicho signo. La relación de igualdad es una relación de equivalencia que cumple tres propiedades (Ponte *et al.*, 2009): a) la propiedad simétrica (6 + 2 = 8 o 8 = 5 + 3 o 6 + 2 = 5 + 3); la propiedad reflexiva (3 = 3) y; la propiedad transitiva (2 + 3 + 4 = 4 + 3 + 2 = 5 + 4 = 9).

De acuerdo con Matthews *et al.* (2012) y Parodi *et al.* (2024) el conocimiento funcional de la igualdad matemática se basa en gran medida en el dominio y comprensión del símbolo "=" tanto en su interpretación directa como en los procedimientos y propiedades que sugiere. Molina *et al.* (2009), detallan diferentes significados temáticos del signo igual en el contexto de la aritmética y el álgebra escolar (p.ej., operador, expresión de una equivalencia, expresión de una acción, entre otros). Nos centramos en el significado de expresión de equivalencia como el único de los significados que hace referencia a una relación que cumple las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva (Molina, 2006). Dicho significado se refiere al uso del signo igual para relacionar dos representaciones diferentes de un mismo objeto matemático. Este significado se refiere a la equivalencia numérica, entendida como el uso del signo igual para relacionar dos expresiones que representan un mismo valor numérico (p ej., 4 + 5 = 3 + 6).

El significado de expresión de equivalencia del signo igual se denomina significado relacional del signo igual. No obstante, ser capaz de razonar relacionalmente requiere muchas habilidades, como comprender que el signo igual expresa una relación y observar tales relaciones entre expresiones. Desde este prisma, uno de los obstáculos que presentan las tareas con el uso del signo igual es la falta de comprensión del signo como un símbolo de equivalencia (Pan y Lee, 2025). A menudo, los estudiantes de primaria entienden el signo igual como una señal de operación, es decir, como una instrucción para realizar un cálculo y obtener un resultado (Kieran, 1981): p. ej., en la expresión 12 + 4 = □ + 3, muchos estudiantes determinan que la respuesta es 16 porque creen que el signo igual les indica que deben completar la operación del lado izquierdo de la igualdad. Estos estudiantes creen que la "respuesta" siempre va después del signo igual.

Otro posible error tiene relación con la interpretación del signo igual como una pista para encontrar el total, cuando encontrar el total es inapropiado (McNeil y Alibali, 2005): p. ej., los estudiantes pueden resolver la expresión matemática 12 + 4 = □ + 3 sumando los tres números y escribiendo una respuesta de 19.

En este contexto, Kieran (1981) sostiene que otro de los errores que se le atribuyen al uso del signo igual consiste en encadenar operaciones en expresiones matemáticas, los estudiantes creen que el signo igual significa una respuesta que viene después (Sherman y Bisanz, 2009). Más específicamente, escriben una serie de expresiones matemáticas, donde cada expresión es equivalente a la anterior, formando una cadena de igualdades: p. ej., 12 + 4 = 16 + 3 = 19.

En los errores descritos, los estudiantes no reconocen el signo igual como un símbolo que expresa una relación entre dos expresiones. Por tanto, los docentes requieren implementar estrategias de gestión del error.

Knuth *et al.* (2008) sugieren diversas estrategias que puede utilizar un docente para ayudar a los estudiantes a desarrollar una comprensión relacional del signo igual: a) diálogo coherente sobre el uso del signo igual, p. ej. evaluar si ambos lados del signo son iguales discutiendo juicios de verdadero y falso en sentencias numéricas (Molina y Ambrose, 2008; Rittle-Johnson *et al.*, 2011); b) uso de cadenas de igualdad para enfatizar la equivalencia entre ambos lados del signo igual, p. ej. 9 + 9 = 1 + 17 = 2 + 16 = 10 + 8; c) plantear expresiones equivalentes para enfatizar la idea de preservar la igualdad a ambos lados del signo igual, p. ej. si 3 + 5 = 6 + 2, entonces 3 + 5 + 7 = 6 + 2 + 7; d) plantear expresiones en formato operaciones – igual – respuesta (contexto estándar) o con operaciones en ambos lados (contexto no estándar), como p. ej., 10 + 5 = 8 + 7.

3. METODOLOGÍA

De acuerdo con nuestro objetivo, se ha adoptado un enfoque metodológico cualitativo de carácter descriptivo (Creswell, 2014), dado que se busca analizar cómo los futuros docentes de Educación Primaria identifican y gestionan los errores cometidos por escolares al desarrollar tareas del signo igual.

3.1 Participantes

En el estudio han participado 76 futuros docentes de la asignatura *Matemáticas 2*, que se imparte durante el tercer curso del Grado en Maestro en Educación Primaria de la Universidad de Girona (España). Dicha asignatura tiene un enfoque didáctico-disciplinar, en la que se profundiza en los conocimientos y habilidades para la enseñanza del sentido algebraico, sentido de la medida y sentido espacial. La investigación se ha llevado a cabo al finalizar el bloque de

álgebra, después de ahondar en el tratamiento de contenidos, recursos y estrategias de enseñanza para abordar el álgebra de 6 a 12 años, así como en las limitaciones de su aprendizaje, más concretamente, la identificación de posibles errores algebraicos y la búsqueda de estrategias para su gestión.

Cabe destacar que los participantes han cursado con anterioridad la asignatura de *Matemáticas 1*, que profundiza en los saberes y estrategias del sentido numérico desde un enfoque didáctico-disciplinar, así como el desarrollo de una experiencia de práctica profesional en el aula de primaria.

3.2 Diseño y procedimiento

Durante una sesión de clases regular del proceso de formación (80 minutos), se han proporcionado a los participantes seis situaciones que sitúan al futuro profesorado en diversos escenarios del proceso de enseñanza/aprendizaje del álgebra temprana (Pincheira y Alsina, 2024). Dichas situaciones tienen tres componentes: a) el contexto a partir del que se plantea la situación; b) diversas respuestas de estudiantes (erróneas o no erróneas); c) preguntas a los futuros docentes acerca de las dimensiones de la competencia diagnóstica.

En este estudio, se analizan las respuestas de los futuros docentes en dos situaciones sobre el signo igual, tomadas y adaptadas del estudio de Barboza *et al.* (2020). En dichas situaciones se explora el significado del signo igual como expresión de equivalencia, a través de la equivalencia numérica, en las que se relacionan dos expresiones aritméticas que arrojan un mismo valor numérico, como se observa en la tabla 1.

Tabla 1. *Situaciones planteadas a los futuros docentes*

Situación 1: El dinero de Arturo y Cecilia

Una maestra estaba analizando las respuestas de los alumnos de su clase de 4º de primaria (9-10 años), después de plantear el siguiente problema:

Los hermanos Arturo y Cecilia recibieron de su tía la misma cantidad de dinero. Arturo decidió guardar 20 euros en su hucha y guardar una cantidad de dinero para llevar a la escuela. Cecilia guardó en su hucha 16 euros y cogió lo restante para comprar algunos adhesivos. Como ambos niños recibieron la misma cantidad de dinero, podemos establecer la igualdad: 20 + ___ = 16 + ___

Determine el valor que cada niño cogió para sus gastos. Explique cómo llegó al resultado.

Carlos, Joaquín y Cristina:

"Arturo llevó a la escuela 10 euros y Cecilia separó 14 para comprar sus adhesivos. Nosotros pensamos que, si recibieron la misma cantidad, entonces Cecilia se gastó 4 euros más que su hermano y creemos que se llevó 10 euros, porque en la escuela solo se puede llevar un máximo de 10 euros. Así que tenemos 20 + 10 = 30 y 16 + 14 = 30"

Santiago, Raquel y Carolina:

"Arturo llevó a la escuela 36 euros y Cecilia gastó los mismos 36 euros en adhesivos, porque tenían la misma cantidad. Llegamos a esta respuesta, juntando los valores que aparecen en la cuenta: 20+16"

Paula, Mateo y Mauricio:

"Arturo llevó a la escuela 5 euros y su hermana gastó 9 euros en adhesivos. Nosotros pensamos que, si ambos recibían la misma cantidad y él guardaba 4 euros más en su hucha, entonces Cecilia tenía 5 euros más 4 euros para gastar en adhesivos. Obtenemos esta respuesta haciendo 20 + 5 = 16 + 9, porque Arturo ahorró 4 euros más que su hermana"

Preguntas:

a) ¿Qué respuesta(s) debería aceptar la maestra como correcta(s)? ¿Por qué?

b) ¿Qué dificultades evidencian los alumnos del curso para resolver el problema?

c) ¿Qué estrategias de enseñanza utilizaría para ayudar a aquellos alumnos que no han sabido resolver la tarea?

Situación 2: Analizando una expresión numérica

Un maestro escribe en la pizarra 3+2+2=5+2=7 y solicita a sus alumnos de 3º de primaria (8-9 años) analizar si es correcta o incorrecta la expresión numérica.

Dos alumnos señalaron lo siguiente:

Carla, explicó que la expresión era incorrecta, ya que no se habían sumado todos los números, por lo que el resultado final daría 21, leyendo "3+2+2+5+2+7=21.

Rodrigo, dijo que la expresión era correcta y que el siete era la respuesta.

Preguntas:

a) Describa las posibles dificultades que han llevado al alumnado a responder de manera errónea.

b) ¿Qué estrategias de enseñanza utilizaría para ayudar a la alumna a que se dé cuenta de su error y lo supere? Justifique su respuesta.

Cabe destacar que, los futuros docentes responden de manera individual a las preguntas planteadas en cada situación, para ello requieren atender a los siguientes constructos: a) identificar las respuestas correctas y erróneas de los estudiantes justificando su decisión; b) evidenciar las dificultades y errores que presentan los estudiantes para resolver el problema; y c) plantear una propuesta para ayudar a los estudiantes que han respondido de manera errónea. Por último, las respuestas otorgadas por los futuros docentes constituyen las unidades de análisis del estudio.

3.3 Análisis de los datos

Una vez recogidos los datos, se han analizado las respuestas y argumentos de los futuros docentes, utilizando como técnica de investigación el análisis de contenido (Krippendorff, 2018), ya que permite descubrir la estructura interna de los textos a través del estudio de su contenido semántico (Rico y Fernández-Cano, 2013), en nuestro caso las producciones escritas otorgadas por los futuros docentes en dos situaciones de enseñanza/aprendizaje sobre el signo igual.

Para llevar a cabo el análisis de contenido de dichas producciones se han considerado las siguientes etapas:

1. Lectura individual de las respuestas otorgadas por los futuros docentes a las preguntas planteadas en las situaciones, para explorar y organizar la información presente en cada una de ellas.
2. Determinar las categorías de análisis a partir del modelo propuesto por Heinrichs y Kaiser (2018): a) detección del error; b) sugerencias de causas; y c) gestión del error.
3. Codificar las producciones escritas por los futuros docentes con base en las categorías propuestas. Para ello, se ha procedido a agrupar las respuestas y categorizarlas por medio de un proceso cíclico y deductivo, característico del análisis cualitativo de los datos (Bisquerra, 2004).
4. Sistematizar la información a través de tablas estadísticas para facilitar el análisis descriptivo.
5. Seleccionar ejemplos de las producciones escritas que evidencien las categorías analizadas.

En la tabla 2 se observa la descripción de las categorías que ha permitido guiar el análisis de las dos situaciones. Cabe mencionar que, en la situación 1, se abordan las tres categorías de la competencia diagnóstica; mientras que, en la situación 2, se centra la atención en las posibles causas del error y la gestión del mismo, dado que la detección del error resulta evidente en la tarea algebraica propuesta.

Tabla 2. Categorías de análisis utilizadas en el proceso de codificación de la situación 1 y 2

Categoría según modelo de competencia diagnóstica (Heinrichs y Kaiser, 2018)	Descripción de la categoría
Detección del error: identificar el error y precisar en qué consiste.	Situación 1: Se detecta el error en la respuesta de Santiago, Raquel y Carolina, puesto que no establecen una relación entre las expresiones aritméticas en ambos lados de la igualdad.
	Situación 2: Se detecta el error en la respuesta de Carla, ya que interpreta el signo igual como un conector de operaciones. En este caso el error resulta evidente.
Sugerencias de causas: explicar el origen del error detectado.	Conceptuales: atribuye el error a concepciones sobre el signo igual (Kieran, 1981; McNeil y Alibali, 2005; Sherman y Bisanz, 2009). Procedimentales: explica el error por fallos de cálculo o mecánicas operativas. Superficiales: causas externas a la situación o incoherentes.
Gestión del error: proponer estrategias para abordar el error.	Estrategias orientadas a la comprensión relacional del signo igual: plantea estrategias para ayudar a construir un significado relacional del signo igual (Knuth *et al.*, 2008; Molina y Ambrose, 2008; Rittle-Johnson *et al.*, 2011). Estrategias generales sobre el uso del signo igual: plantea estrategias para introducir la idea de signo igual, pero no presenta una descripción detallada sobre su puesta en práctica. Estrategias no concluyentes: plantea estrategias que no permiten alcanzar una comprensión clara del signo igual, ya sea porque son conceptualmente erróneas, ambiguas o sin sentido.

Finalmente, para garantizar la confiabilidad del proceso de codificación, los autores se han sometido a un proceso de calibración a través de sesiones de codificación conjunta. Posteriormente, se ha realizado una codificación individual en los casos en que se han manifestado desacuerdos, los cuales se han discutido hasta establecer un consenso.

4. RESULTADOS

Considerando nuestro objetivo, se describen los datos obtenidos a partir de las dos situaciones analizadas de acuerdo con las categorías de la competencia diagnóstica en situaciones de error propuestas por Heinrichs y Kaiser (2018).

4.1 Resultados de la situación 1: El dinero de Arturo y Cecilia

4.1.1 Detección del error

A partir de las 76 respuestas de los futuros docentes, se han analizado las producciones de los estudiantes que deben aceptarse como correctas e incorrectas (tabla 3).

Tabla 3. Frecuencias de detección del error en la situación 1

Respuestas de escolares	Detección de producciones correctas *f* (%)	Detección de producciones incorrectas *f* (%)
Carlos, Joaquín y Cristina	76 (100%)	0 (0%)
Santiago, Raquel y Carolina	5 (6.6%)	71 (93.4%)
Paula, Mateo y Mauricio	75 (98.7%)	1 (1.3%)

Se observa que la totalidad de los futuros docentes ha indicado que la producción de Carlos, Joaquín y Cristina es correcta: p. ej., el futuro docente 11 señala: "la respuesta de Carlos, Joaquín y Cristina es correcta porque la igualdad se mantiene y los niños muestran un caso particular de su realidad más cercana con los valores numéricos que utilizan".

Por otra parte, 71 futuros docentes (93.4%) logran detectar el error, señalando la producción de Santiago, Raquel y Carolina como incorrectas. Algunos ejemplos de respuesta indican: "el segundo grupo de estudiantes no plantea la igualdad entre lo ahorrado y lo gastado por cada hermano, simplemente suman las cantidades, no debería aceptarse como correcta" (futuro docente 8); "La respuesta de Santiago, Raquel y Carolina es incorrecta porque muestra una falta de comprensión lectora, ya que Cecilia no gasta todo el dinero en adhesivos, en su respuesta no se observa una equivalencia numérica" (futuro docente 39).

En relación con la producción de Paula, Mateo y Mauricio, un futuro docente la señala como incorrecta a pesar de que la respuesta es correcta; sin embargo,

no justifica el por qué. 98.7% de los futuros docentes asume esta producción como correcta: p. ej., "debería aceptar la respuesta de Paula, Mateo y Mauricio como correcta porque la igualdad que presentan está bien planteada" (futuro docente 49).

De acuerdo con lo expuesto, para identificar las causas subyacentes del error y examinar las posibilidades de su gestión, se procedió al análisis de las respuestas emitidas por los 71 futuros docentes que lograron detectarlo.

4.1.2 Sugerencias de posibles causas del error

La tabla 4 muestra las justificaciones de los 71 futuros docentes que han identificado el error, sobre las posibles dificultades que presentan los estudiantes durante el desarrollo del trabajo con una expresión de equivalencia.

Tabla 4. Justificaciones sobre las posibles causas del error en la situación 1 (n=71)

Posibles causas del error	*f* (%)
Conceptuales	29 (40.8%)
Procedimentales	21 (29.6%)
Superficiales	6 (8.5%)
Sin respuesta	15 (21.1%)

A nivel general, se observa que alrededor de 40% de los futuros docentes atribuyen las posibles causas del error a la comprensión conceptual que se le otorga al significado del signo igual. En el contexto de la situación de enseñanza planteada, este aspecto resulta pertinente, pues constituye el eje central para la construcción del sentido relacional de la igualdad en el aprendizaje matemático. No obstante, algunos de los argumentos planteados por los futuros docentes resultan demasiado generales, ya que se limitan a señalar que la causa del error está vinculada a la comprensión del signo igual: p. ej., "el problema es que usan el signo igual como el resultado de la operación" (futuro docente 32). En cambio, otros argumentos ofrecen un mayor nivel de detalle respecto a dichas causas: p. ej., "el segundo grupo de estudiantes no entiende que debe analizar las expresiones numéricas de ambos lados de la igualdad para reconocer la relación entre ellas y poder identificar el valor desconocido que permite establecer la equivalencia" (futuro docente 41); "los estudiantes no comprenden que

disponen de dos incógnitas para resolver el problema, en lugar de buscar los valores que faltan para establecer la igualdad suman los valores que tienen" (futuro docente 18).

Adicionalmente, cabe destacar que más de una cuarta parte de los futuros docentes (29.6%) atribuyen el error a un aspecto procedimental, es decir, lo vinculan a mecánicas operativas, un ejemplo de esto se evidencia en la siguiente respuesta: "Santiago, Raquel y Carolina se equivocan al sumar" (futuro profesor 8). Este tipo de respuestas no se consideran pertinente, ya que no da indicios sobre la comprensión del significado relacional que tiene el signo igual en contexto de la situación planteada.

Por otra parte, seis futuros docentes (8.5%) atribuyen el error a causas superficiales, es decir, las argumentaciones que otorgan tienen relación con causas externas a la situación planteada o causas incoherentes: p ej., "no saben responder, porque no leyeron bien el enunciado del problema" (futuro docente 36); "la dificultad que tienen es que no tienen suficientes datos para resolver el problema" (futuro docente 53); "no saben la cantidad exacta que les dio la tía" (futuro docente 19). Tales argumentos no se consideran pertinentes, dado que la situación planteada estaba claramente delimitada y no presentaba vacíos de información.

Por último, un dato relevante es que 21.1% de los participantes no responde sobre esta cuestión.

4.1.3 Gestión del error

Se analizan las respuestas de los 71 futuros docentes que han identificado el error. Las estrategias de enseñanza que proponen los futuros docentes para gestionar el error se observan en latabla 5.

Tabla 5. Estrategias para abordar el error en la situación 1 (n=71)

Estrategias de enseñanza	*f* (%)
Estrategias orientadas a la comprensión relacional del signo igual	30 (42.3%)
Estrategias generales sobre el uso del signo igual	25 (35.2%)
Estrategias no concluyentes	16 (22.5%)

Se evidencia que solo 42.3% de los futuros docentes proporciona una estrategia orientada a la comprensión relacional del signo igual: p. ej., "utilizaría dinero manipulable para que ellos lo pudieran tocar y manejar, así podrían representar las cantidades buscando la igualdad entre los dos hermanos" (futuro docente 43). En tales respuestas, se evidencia el uso de material manipulativo para representar cantidades equivalentes.

Por otro lado, 35.2% de los futuros docentes menciona estrategias generales sobre el uso del signo igual, otorgando justificaciones poco detalladas sobre la implementación de la estrategia: p. ej., señalan abordar el signo igual a través de material manipulativo; sin embargo, no detallan el tipo de material al que hacen referencia o bien concretan el nombre del material, pero no explican su elección y la manera en que puede ser implementado con los estudiantes para abordar el uso del signo igual. Adicionalmente, mencionan el uso de esquemas o diagramas, justificando su elección como una mejor manera de comprender el problema planteado, como es el caso de la propuesta del futuro docente 48 (figura 2); y el uso de una tabla de valores como una estrategia de enseñanza para registrar los posibles resultados numéricos que pueden intervenir en la expresión de equivalencia. En el caso del esquema, la idea que promueve es reproductiva, es decir, se centra en repetir la explicación de la situación inicial planteada; mientras que el uso de una tabla de valores resulta una propuesta genérica, ya que puede aplicarse en distintos contextos y no asegura una comprensión relacional del signo igual, sino más bien operativa.

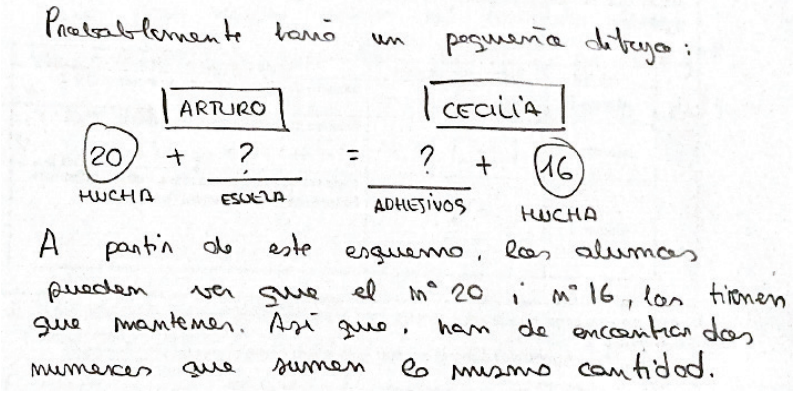


Figura 2. Ejemplo de una estrategia general sobre el uso del signo igual en la situación 1.

Cabe destacar que 22.5% de los futuros docentes mencionan estrategias de enseñanza no concluyentes para remediar el error, tales como tener más paciencia con los estudiantes o leer la tarea en voz alta.

4.2 Resultados de la situación 2: Analizando una expresión numérica

4.2.1 Sugerencias de posibles causas del error

Las justificaciones de los 76 futuros docentes sobre las posibles dificultades que presenta una estudiante al desarrollar una expresión numérica en una relación de equivalencia, se muestran en la tabla 6.

Tabla 6. Justificaciones sobre las posibles causas del error en la situación 2 (n=76)

Posibles causas del error	*f* (%)
Conceptuales	45 (59.2%)
Procedimentales	6 (7.9%)
Superficiales	25 (32.9%)

Alrededor del 59.2% de los futuros docentes manifiestan que las posibles causas del error en la situación 2 están asociadas con una comprensión conceptual del signo igual al ser interpretado como una señal de operación, es decir, como una instrucción para realizar un cálculo y obtener un resultado. Más específicamente, 23 futuros docentes (30.3%) aseguran que una posible causa es esta interpretación errónea que se realiza sobre el signo igual: p. ej., "no observa adecuadamente y no comprende el signo igual entre las operaciones. Por tanto, Carla ha sumado todos los números que aparecieron en el enunciado" (futuro docente 68). En contrapartida, 22 futuros docentes (28.9%) señalan que la causa del error tiene relación con la falta de comprensión sobre el uso del signo igual como expresión de equivalencia: p. ej., "probablemente Carla ha sumado todo a la vez y no ha tenido en cuenta el uso del signo igual en las equivalencias numéricas que se presentan en la tarea" (futuro docente 30); "no distinguir el signo igual, pensar que todo es una suma, por tanto la estudiante no ve la relación entre expresiones numéricas y su valor total" (futuro docente 23); "Carla no reconoce que, en este caso, el signo igual representa que los valores de ambos lados de la igualdad tienen que tener el mismo significado" (futuro

docente 35). Tales argumentos se consideran pertinentes, ya que se asumen las causas del error desde una perspectiva conceptual del signo igual, como es la interpretación del signo igual como un operador o, por el contrario, una falta de comprensión sobre su significado relacional.

Por otra parte, 7.9% de los futuros docentes atribuyen el error a un aspecto procedimental, asociado a fallos de cálculo aritmético en expresiones que hacen uso del signo igual. En este contexto, las respuestas son de carácter general, asumiendo que una posible causa del error es la comprensión de la igualdad; sin embargo, no se formulan hipótesis específicas sobre esta cuestión: p. ej., "Carla no ha entendido la igualdad" (futuro docente 6); "la estudiante tiene problemas para interpretar la operatoria de adicción" (futuro docente 58). Este tipo de respuestas no se consideran pertinentes, ya que no se profundiza en la interpretación del significado operacional que ha llevado a la estudiante a responder de manera errónea.

Finalmente, 32.9% de los futuros docentes dan respuestas y argumentaciones sobre las posibles causas del error que se consideran superficiales, ya que hacen referencia a causas externas a la situación planteada: p. ej., "falta de concentración y lectura errónea" (futuro docente 76); "la capacidad cognitiva del alumnado" (futuro docente 53); "Carla se despista y entrega un resultado erróneo" (futuro docente 31), entre otras.

4.2.2 Gestión del error

En la tabla 7 se presentan las 76 respuestas de los futuros docentes para gestionar el error planteado en la segunda situación.

Tabla 7. Estrategias para abordar el error en la Situación 2 (n=76)

Estrategias de enseñanza	*f* (%)
Estrategias orientadas a la comprensión relacional del signo igual	18 (23.7%)
Estrategias generales sobre el uso del signo igual	23 (30.3%)
Estrategias no concluyentes	35 (46%)

Se observa que solo 23.7% de los futuros docentes plantea estrategias orientadas a promover una comprensión relacional del signo igual en los estudiantes. Para ello, manifiestan principalmente el uso de material manipulativo como recurso

didáctico mediador, que permite a los estudiantes explorar equivalencias entre expresiones numéricas y enfatizar la idea de preservar la igualdad a ambos lados del signo igual: p. ej., los futuros docentes manifiestan: "utilizaría las regletas para representar las distintas operaciones numéricas, de manera que los estudiantes puedan establecer relaciones entre ambas expresiones numéricas y comprobar su valor" (futuro docente 11); "se pueden plantear diferentes expresiones numéricas equivalentes y que los estudiantes las representen en la balanza numérica para que verifiquen la igualdad" (futuro docente 42); "organizaría a los estudiantes en pequeños grupos y les entregaría un set de tarjetas con diferentes expresiones numéricas para que analicen si son correctas o no. Al final de la clase realizaría una puesta en común para discutir sobre la equivalencia que representa el signo igual" (futuro docente 17).

Por otra parte, 30.3% de los futuros docentes plantean estrategias para trabajar el signo igual; sin embargo, dichas estrategias son de carácter general, ya que las justificaciones no se enfocan en promover la comprensión del signo igual como símbolo de equivalencia y carecen de una descripción detallada sobre su implementación: p. ej., mencionan el uso de material manipulativo para desarrollar la comprensión del signo igual sin especificar qué tipo de material, o bien, hacen mención al material manipulativo, como regletas, balanzas de platillo o cubos multibase, pero no otorgan una justificación sobre su uso correcto para alcanzar una comprensión del signo igual como expresión de equivalencia. Asimismo, los futuros docentes proponen expresar de manera distinta la expresión numérica planteada en la situación 2: p. ej., "lo expresaría de distinta forma para que los alumnos puedan comprender el signo igual" (futuro docente 3). Además, el futuro docente, expone una posible representación (figura 3). Dicha representación promueve el uso del signo igual; no obstante, profundiza en su significado operacional y no relacional.

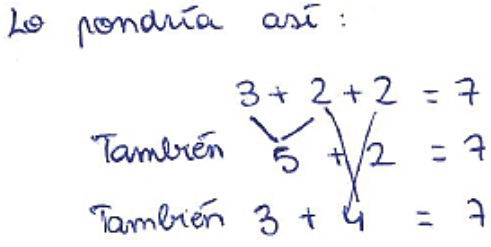


Figura 3. Ejemplo de una estrategia general sobre el uso del signo igual en la situación 2.

Otro aspecto al que se hace referencia en esta estrategia es contextualizar el enunciado a partir de situaciones reales: p. ej., "explicando de forma vivencial y con ejemplos reales para que los estudiantes puedan diferenciar el uso del signo igual en las equivalencias numéricas" (futuro docente 5). En este caso, la descripción que realiza el futuro docente es poco clara sobre cómo materializar las experiencias vivenciales y ejemplos que sugiere para promover la comprensión del signo igual.

Por último, se evidencia que un alto porcentaje de los participantes (46%) mencionan estrategias de enseñanza que no son concluyentes para abordar la comprensión del signo igual como expresión de equivalencia: p. ej., "que el estudiante lea poco a poco" (futuro docente 4); "que lea la operación aritmética lentamente, identificando los signos adecuados" (futuro docente 56), "promovería el aprendizaje entre pares" (futuro docente 21), entre otros.

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este estudio se ha analizado cómo el grupo de estudio de futuros docentes de Educación Primaria identifican y gestionan los errores cometidos por estudiantes al realizar tareas de álgebra temprana sobre el signo igual. Para ello, se ha asumido el modelo de competencia diagnóstica en situaciones de error (Heinrichs y Kaiser, 2018) que considera tres fases: a) identificar el error; b) formular una hipótesis sobre las posibles razones del error y; c) gestionar el error. Los resultados revelan una disociación clave: si bien los futuros docentes son capaces de detectar correctamente la existencia de un error matemático, muestran dificultades significativas al formular hipótesis sobre sus causas y al proponer estrategias didácticas para su gestión. Estos resultados confirman que la competencia diagnóstica constituye un constructo complejo que trasciende la simple identificación de respuestas incorrectas (Heinrichs y Kaiser, 2018; Hoth *et al.*, 2016).

Los resultados muestran que, de forma general, los futuros docentes logran detectar adecuadamente los errores, lo que sugiere un dominio suficiente de los elementos básicos implicados en una equivalencia numérica donde se requiere relacionar dos expresiones aritméticas que comprendan un mismo valor numérico (Molina *et al.*, 2009). No obstante, al conjeturar sobre posibles causas del error, los futuros docentes presentan ciertas limitaciones, pues sus justificaciones no son del todo concluyentes. Es decir, los futuros docentes que mostraron una actitud interpretativa han podido comprender parcialmente cómo podían estar pensando

los estudiantes, sin embargo, no logran comprender plenamente el error y abordarlo. Este hallazgo se alinea con lo señalado por algunos autores (Stephens, 2006; Larraín y Kaiser, 2022; McNeil *et al.* 2012), quienes destacan que la detección constituye un proceso menos problemático que la interpretación del pensamiento subyacente, conformando una de las tareas más exigentes en la formación inicial.

En relación con la gestión del error, nuestros hallazgos han revelado dificultades por parte de los futuros docentes para realizar recomendaciones que garanticen una comprensión relacional del signo igual, en sintonía con Medina (2018). Desde este punto de vista, la mayoría de las propuestas de los futuros docentes que tienden a ampliar el significado operacional del signo igual se concentran en el uso de materiales manipulativos para representar y relacionar expresiones equivalentes, aunque solo una parte detalla cómo implementarlos para promover la comprensión relacional del signo igual. Una proporción significativa de respuestas sigue siendo genérica, mencionando recursos sin una justificación pedagógica sólida sobre la comprensión del signo igual. Estos resultados dialogan con los hallazgos de Medina (2018) y Prediger (2010), quienes advierten que superar la visión operacional del signo igual requiere intervenciones que combinen recursos, explicaciones y un trabajo explícito sobre el significado relacional.

Los resultados del estudio ponen de manifiesto que la competencia diagnóstica de los futuros docentes se encuentra condicionada por la formación recibida, especialmente en su capacidad para identificar errores y, de modo más específico, para formular hipótesis sobre sus causas y gestionar su corrección. Estas competencias resultan claves para adaptar la enseñanza a las diversas necesidades educativas, ya que el error constituye una valiosa fuente de información que permite acceder y analizar las estrategias, razonamientos y formas de abordar la resolución matemática por parte del alumnado (Larraín y Kaiser, 2022; Lupiáñez y Rico, 2015).

En este sentido, la evidencia recogida resalta la importancia de fortalecer los planes formativos, integrando de forma sistemática el trabajo con errores vinculados al signo igual durante la formación inicial. Tal y como plantean Vogt y Rogalla (2009), es el profesorado quien debe encargarse de detectar y proporcionar estrategias a los estudiantes para superar las ideas erróneas, de forma que pueda adaptar la enseñanza a las distintas necesidades educativas. Plantear actividades de análisis y debate sobre concepciones erróneas fomenta el desarrollo de una competencia diagnóstica sólida y favorece el aprendizaje del álgebra temprana.

En consonancia con Knuth *et al.* (2008), diversas estrategias recogidas en la literatura pueden contribuir a construir una comprensión relacional del signo igual

en el alumnado, como mantener un diálogo coherente sobre el significado y uso del signo igual, evaluar la equivalencia a ambos lados promoviendo juicios argumentados (Molina y Ambrose, 2008; Rittle-Johnson *et al.*, 2011), utilizar cadenas de igualdad y expresiones equivalentes para resaltar la preservación de la igualdad y diversificar el formato de las expresiones para desafiar los contextos estándar.

Además de lo anterior, consideramos relevante recomendar algunas estrategias complementarias para enriquecer la gestión del error. Entre ellas destacamos: a) el uso de balanzas numéricas y regletas numéricas, que facilitan una representación visual y concreta de la equivalencia, reforzando la noción de equilibrio; b) el empleo de representaciones múltiples, que permiten verificar la igualdad sin recurrir exclusivamente al cálculo; c) la contextualización en situaciones reales, como problemas de reparto o transacciones cotidianas, que otorgan un sentido práctico al signo igual como relación de equivalencia.

La integración de estas propuestas en la formación inicial docente no solo facilita la detección, sino también la interpretación y gestión efectiva de los errores, contribuyendo a consolidar una comprensión relacional del signo igual y fortalecer la competencia diagnóstica profesional de los futuros docentes. En esta línea, recomendamos la creación de espacios en los que los futuros docentes puedan practicar el ciclo completo de percibir, interpretar y gestionar errores en situaciones auténticas de aula, utilizando tanto producciones reales de estudiantes como viñetas en video (Kaiser *et al.*, 2015).

Asimismo, se hace imprescindible avanzar en investigaciones que profundicen en el desarrollo de habilidades reflexivas y analíticas de los futuros docentes, orientadas a identificar y comprender los errores característicos del álgebra temprana y sus posibles orígenes. Una limitación de este estudio es la ausencia de entrevistas individuales, que habría permitido indagar con mayor detalle en las razones y perspectivas que sustentan las justificaciones de los participantes. Futuras investigaciones deberían ampliar el análisis a otros dominios del álgebra temprana, como el pensamiento funcional, y evaluar sistemáticamente intervenciones formativas diseñadas para potenciar la competencia diagnóstica docente.

En conclusión, los resultados confirman que identificar un error constituye solo el punto de partida de una enseñanza verdaderamente diagnóstica. Para avanzar hacia prácticas capaces de reconocer y gestionar de manera eficaz los errores, la formación inicial debe dotar a los futuros docentes de herramientas conceptuales, didácticas y reflexivas que les permitan interpretar el pensamiento del alumnado y transformar los errores en oportunidades genuinas de aprendizaje matemático.

AGRADECIMIENTOS:

Este trabajo fue apoyado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo del Gobierno de Chile (ANID) mediante una beca de doctorado en el extranjero, Folio N°72200447 y el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España en el marco de la beca de Formación del Profesorado Universitario (FPU16-01856).

REFERENCIAS

Alibali, M. W., Knuth, E. J., Hattikudur, S., McNeil, N. M. y Stephens, A. C. (2007). A longitudinal examination of middle school students' understanding of the equal sign and equivalent equations. *Mathematical Thinking and Learning, 9*, 221-247. https://doi.org/10.1080/10986060701360902

Ball, D.L., Thames, M.H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Barboza, L.C.D.S., Ribeiro, A.J. y Pazuch, V. (2020). Primary school teacher's professional learning: exploring different meanings of the equals signal. *Acta Scientiae (Canoas), 22*(4), 71-97. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5418

Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. La Muralla.

Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I. y Kim, J.S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The early algebra intervention in third grade. *Journal for* Impact of a comprehensive *Research in Mathematics Education, 46(*1), 39-87. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.46.1.0039

Burgell, F. y Ochoviet, C. (2015). Significados del signo igual y aspectos de su enseñanza. Un estudio realizado con estudiantes de primer año de enseñanza secundaria y sus profesores. *Enseñanza de las Ciencias, 33*(3), 77-98. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1561

Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M. L. y Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. *ZDM*, *37*(1), 53-59. https://doi.org/10.1007/BF02655897

Creswell, J. W. (2014). *Research Design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches.* Sage Publications.

Fernández-Plaza, J. A., Ruiz-Hidalgo, J. F., Flores, P., Castro-Rodríguez, E., Segovia, I., Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2019). Identificación de errores escolares en matemáticas por maestros en formación. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 293-302). SEIEM.

Heinrichs, H. y Kaiser, G. (2018). Diagnostic competence for dealing with students' errors: Fostering diagnostic competence in error situations. En T. Leuders, K. Phillipp y J. Leuders (Eds.), *Diagnostic Competence of Mathematics Teachers: Unpacking a Complex Construct in Teacher Education and Teacher Practice* (pp. 79-94). Springer.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik, 25*(3/4), 221-244. https://doi.org/10.1007/BF03339324

Hoth, J., Döhrmann, M., Kaiser, G., Busse, A., Kóning, J. y Blómeke, S. (2016). Diagnostic competence of primary school mathematics teachers during classroom situations. *ZDM Mathematics Education, 48*, 41-53. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0759-y

Kaiser, G., Busse, A., Hoth, J., König, J., y Blömeke, S. (2015). About the complexities of video-based assessments: Theoretical and methodological approaches to overcoming a hortcomings of research on teachers' competence. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*(2), 369-387. https://doi.org/10.1007/s10763-015-9616-7

Kaput, J. J., Carraher, D. W. y Blanton, M. (2008). *Algebra in the early grades*. Lawrence Erlbaum.

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics,12,* 317-326. https://doi.org/10.1007/BF00311062

Kiliç, S. y Masal, E. (2019). Secondary school students' attitudes towards the concept of equality and preservice teachers' professional noticing. *International Journal of Psychology and Educational Studies, 6*(3), 49-60. https://doi.org/10.17220/ijpes.2019.03.006

Knuth, E.J., Alibali, M.W., Hattikudur, S., McNeil, N.M. y Stephens, A.C. (2008). The importance of equal sign understanding in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School, 13*(9), 514-519.

Knuth, E.J., Alibali, M.W., McNeil, N.M., Weinberg, A. y Stephens, A.C. (2011). Middle School Students' Understanding of Core Algebraic Concepts: Equivalence & Variable. En Cai, J., Knuth, E. (Eds), *Early Algebraization. Advances in Mathematics Education* (pp. 259-276). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_15

Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M. y Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education, 37*, 297-312. https://doi.org/10.1207/s1532690xci2403_3

Krippendorff, K. (2018). *Content analysis: An introduction to its methodology*. Sage.

Klug, J., Bruder, S., Kelava, A., Spiel, C. y Schmitz, B. (2013). Diagnostic competence of teachers: a process model that accounts for diagnosing learning behavior tested by means of a case scenario. *Teaching and Teacher Education, 30*, 38-46. https://doi.org/10.1016/j.tate.2012.10.004

Larrain, M. y Kaiser, G. (2022). Interpretation of Students' Errors as Part of the Diagnostic Competence of Pre-Service Primary School Teachers. Journal für Mathematik-Didaktik, 43, 39-66. https://doi.org/10.1007/s13138-022-00198-7

Lupiáñez, J. L. y Rico, L. (2015). Aprender las matemáticas escolares. En P. Flores y L. Rico (Coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (pp. 41-60). Pirámide.

Matthews, P., Rittle-Johnson, B., McEldoon, K. y Taylor, T. (2012). Measure for measure: what combining diverse measures reveals about children's understanding of the equal sign as an indicator of mathematical equality. *Journal for Research in Mathematics Education, 43*(3), 316-350. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.43.3.0316

McNeil, N. M. y Alibali, M. W. (2005). Knowledge Change as a Function of Mathematics Experience: All Contexts are Not Created Equal. *Journal of Cognition and Development, 6*(2), 285-306. https://doi.org/10.1207/s15327647jcd0602_6

McNeil, N. M., Chesney, D.L., Matthews, P. G., Fyfe, E. R., Petersen, L. A., Dunwiddie, A. E., Wheeler, M. C., Dunwiddie, A. E. y Brletic-Shipley, H. (2012). It pays to be organized: organizing arithmetic practice around equivalent values facilitates understanding of math equivalence. *Journal of Educational Psychology, 104*(4), 1109-1121. https://doi.org/10.1037/a0028997

Medina, L. (2018). Conocimientos matemáticos puestos en juego por un grupo de maestros de una escuela de práctica para la enseñanza del signo igual. [Tesis de Maestría. Centro de Investigación en Ciencias Aplicadas y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional].

Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria.* [Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada]. https://digibug.ugr.es/handle/10481/1402

Molina, M., Castro, E. y Castro, E. (2009). Elementary students' understanding of the equal sign in number sentences. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 17, 7*(1), 341-368. https://doi.org/10.25115/ejrep.v7i17.1345

Molina, M. y Ambrose, R. (2008). From an operational to a relational conception of the equal sign. Third graders' developing algebraic thinking. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 30*(1), 61-80.

Pang, J. y Lee, Y. (2025). The equal sign and equivalence: interplay between textbook research and curriculum development. *ZDM Mathematics Education,* 57, 921-933. https://doi.org/10.1007/s11858-025-01707-x

Parodi, S., Ochoviet, C. y Lezama, J. (2024). Mirada profesional del futuro profesor en torno al signo igual. *Enseñanza de las Ciencias, 42*(1), 43-63. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5806

Parodi, S., Ochoviet, C. y Lezama, J. (2017). La comprensión del signo igual en la entrada al álgebra: el diseño de tareas y la conversación en la clase de matemática. *Enseñanza de las Ciencias, 35*(3), 51-67. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2302

Pincheira, N. y Alsina, Á. (2024). Assessing knowledge to teach early algebra from the Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) perspective: A support tool for primary school teachers. *Journal on Mathematics Education, 15*(2), 639–660. https://doi.org/10.22342/jme.v15i2.pp639-660

Ponte, J. P., Branco, N. y Matos A. (2009). *A álgebra no ensino básico*. Ministério da Educação, DGIDC.

Prediger, S. (2010). How to develop mathematics-for-teaching and for understanding: the case ofmeanings of the equal sign. *Journal of Mathematics Teacher Education, 13*(1), 73-93. https://doi.org/10.1007/s10857-009-9119-y

Rico, L. y Fernández-Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J.L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática* (pp.1-22). Comares.

Rittle-Johnson, B., Matthews, P. G., Taylor, R. S. y McEldoon, K. L. (2011). Assessing knowledge of mathematical equivalence: A construct-modeling approach. *Journal of Educational Psychology, 103*(1), 85-104. https://doi.org/10.1037/a0021334

Sherman, J. y Bisanz, J. (2009). Equivalence in symbolic and nonsymbolic contexts: Benefits of solving problems with manipulatives. *Journal of Educational Psychology, 101*(1), 88-100. https://doi.org/10.1037/a0013156

Stephens, A.C. (2006). Equivalence and relational thinking: preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9,* 249-278. https://doi.org/10.1007/s10857-006-9000-1

van den Kieboom, L.A., Magiera, M.T. y Moyer, J.C. (2017). Learning to notice student thinking about the equal sign: K-8 preservice teachers' experiences in a teacher preparation program. En E. Schack, M. Fisher y J. Wilhelm (Eds), *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks. Research in mathematics education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_9

Vogt, F. y Rogalla, M. (2009). Developing adaptive teaching competency through coaching. *Teaching and Teacher Education, 25*(8), 1051-1060. https://doi.org/10.1016/j.tate.2009.04.002

Autora de correspondencia:
Nataly Pincheira
Dirección Postal: Plaça de Sant Domènec, 3, 17004 Girona, España
nataly.pincheira@udg.edu