 https://doi.org/10.24844/EM3801.09

El método de extracción de raíces por aproximación de Nicolás Chuquet y su difusión en libros españoles hasta el siglo XVIII

The method of root extraction by approximation of Nicolás Chuquet and its dissemination in spanish books until the 18th Century

Jacinto Ruiz Catalán,[1] Isabel María Valle Arias[2]

Resumen: En este trabajo se presenta el método de extracción de raíces por aproximación propuesto por el matemático francés Nicolás Chuquet (ca. 1445-ca. 1488) en su manuscrito *Triparty* de 1484. Este método, conocido como *Règle des Nombres Moyens* (Regla de los Números Medios), se basa en acotar la solución de la raíz dentro de intervalos progresivamente más estrechos. Se ha llevado a cabo un análisis sobre su presencia en libros españoles hasta el siglo XVIII. El estudio de su funcionamiento podría ser útil para su aplicación en la enseñanza de las matemáticas en niveles de bachillerato.

Palabras clave: *Historia de las matemáticas y educación matemática. Extracción de raíces. Nicolás Chuquet. Regla de los Números Medios. Règle des Nombres Moyens.*

Fecha de recepción: 12 de enero de 2025 **Fecha de aceptación:** 3 de febrero de 2026.

[1] Universidad de Córdoba, España, jacinruiz@hotmail.com, https://orcid.org/0009-0009-3071-1819

[2] Universidad Nacional Educación a Distancia, España, isavalleronda@gmail.com, https://orcid.org/0009-0002-2060-7304

Abstract: This work presents the method of extraction of roots by approximation proposed by the French mathematician Nicolás Chuquet (ca. 1445-ca. 1488) in his *Triparty* manuscript of 1484. This method, known as *Règle des Nombres Moyens* (Rule of Middle Numbers), is based on delimiting the solution of the root within progressively narrower intervals. An analysis has been carried out on its presence in Spanish books until the 18th century. The study of its operation could be useful for its application in teaching mathematics at high school levels.

Keywords: *History of mathematics and mathematics education. Root extraction. Nicolás Chuquet. Rule of Middle Numbers. Règle des Nombres Moyens.*

1. INTRODUCCIÓN

Hacia finales del siglo XX, se produjo un notable aumento en las investigaciones y publicaciones sobre la Historia de la Educación Matemática. La relación entre las matemáticas, su currículo y su desarrollo histórico ofrece una base sólida para profundizar en la comprensión de la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos y estructuras matemáticas a lo largo del tiempo.

La historia funciona como un vínculo entre las matemáticas y la educación, facilitando una mayor comprensión de las características formales y estructurales del conocimiento matemático, así como de los contenidos y desafíos vinculados a su enseñanza y aprendizaje (Picado *et al.*, 2015).

En las últimas décadas, ha cobrado relevancia una línea de investigación centrada en el análisis de los libros de texto. Examinar estos materiales ofrece información crucial sobre el desarrollo de conceptos y métodos matemáticos, su evolución histórica, el grado de complejidad que presentan, su integración en la educación y otros factores que favorecen la mejora del conocimiento y su aplicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje (León-Mantero *et al.*, 2020a).

Los libros de texto se distinguen generalmente por presentar de manera ordenada los principios vinculados a un área específica del conocimiento (Maz-Machado y Rico, 2015). El interés por analizar estos textos se fundamenta en dos razones principales: en primer lugar, entender cómo se ha transmitido la cultura de una sociedad, ya que los libros han sido el medio tradicional para ello; en segundo lugar, el lenguaje, particularmente el escrito, desempeña un papel esencial como intermediario en la creación de nuevos conceptos, lo que otorga

al análisis de los libros de texto un valor epistemológico considerable (Maz-Machado y Rico, 2015).

Asimismo, podemos indagar sobre determinados conceptos, métodos o herramientas matemáticas que han dejado de usarse pero que pueden ser rescatados para darles un nuevo enfoque o punto de vista de cara a su enseñanza en la escuela.

En el ámbito español, se han desarrollado numerosas investigaciones enfocadas en el análisis de libros de texto de matemáticas, con objetivos relacionados con la didáctica de esta disciplina. Un ejemplo de ello es el estudio de Picado *et al.* (2015), en torno a la introducción del Sistema Métrico Decimal en España durante la segunda mitad del siglo XIX, analizando trece libros de texto de distintos niveles educativos.

En otro trabajo, Maz-Machado y Rico (2015) examinan catorce libros de texto de los siglos XVIII y XIX para identificar los criterios didácticos presentes en la organización de los contenidos. León-Mantero *et al.* (2022) llevan a cabo un estudio sobre los métodos de resolución de triángulos oblicuángulos en libros de texto de trigonometría a lo largo de diferentes épocas, concluyendo que se han empleado dos métodos distintos, influenciados por las traducciones de libros clave en cada período.

Arnal-Palacián *et al.* (2024) realizan una investigación documental de carácter exploratorio y descriptivo sobre el proceso de formalización y aritmetización del concepto de límite y su presencia en libros de texto durante el siglo XIX en España.

También se han realizado investigaciones centradas en aspectos específicos de los libros de texto de matemáticas. Un ejemplo de ello es el análisis de Oller-Marcén y Muñoz-Escolano (2019), quienes examinan el prefacio del *Compendio Mathematico* de Tomás Vicente Tosca, proporcionando una perspectiva sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en España a principios del siglo XVIII.

Maz-Machado *et al.* (2020) analizan las motivaciones de los autores de libros de texto de matemáticas del siglo XVIII en España, considerando los desafíos de la época. León-Mantero *et al.* (2020a) investigan algunos textos usados en el siglo XVIII para formar agrimensores en España, enfocándose en los problemas tratados, los sistemas de representación y las estrategias didácticas empleadas.

Asimismo, León-Mantero *et al.* (2020b) analizan la introducción del cálculo infinitesimal en la educación matemática española del siglo XVIII, evaluando los enfoques utilizados y cómo se enseñó este tema.

Madrid *et al.* (2020) examinan diecinueve textos de álgebra españoles del siglo XVIII, enfocándose en la importancia atribuida al álgebra y en las diferencias en las definiciones ofrecidas por los autores.

Respecto a los métodos de extracción de raíces, hay trabajos como el de Muroi (1999), en el que se analiza el método babilónico de extracción de raíces cuadradas o el de Wang, Needham y Ling (1954) en el que los autores buscan el origen del método de Horner en la dinastía china Han.

El propósito de nuestro trabajo es presentar el método de extracción de raíces por aproximación de Nicolás Chuquet y su presencia en libros de matemáticas españoles hasta el siglo XVIII. Analizaremos sus diferentes aspectos y los enfoques didácticos empleados por el autor. Nuestro objetivo es comprender la estructura y funcionamiento de este método, así como valorar los aspectos didácticos que pueden ser útiles para su aplicación en la enseñanza actual de las matemáticas.

En particular, el método de Chuquet podría utilizarse para dotar al alumnado de una nueva estrategia para el cálculo de raíces y para la resolución de ecuaciones, mitigando algunas de las dificultades que se presentan al enseñar métodos de resolución de ecuaciones en secundaria y bachillerato. Asimismo, este método, al tratarse de un método numérico, puede servir de preparación para que el alumnado conozca los principios de los métodos numéricos que necesitará en niveles superiores de su desarrollo educativo, como el de Newton-Raphson.

2. METODOLOGÍA

Este proyecto es solo una fase de lo que podríamos considerar el desarrollo de un recurso educativo, cuyo propósito principal es utilizar la Historia de las Matemáticas como fundamento para crear una experiencia de aprendizaje en el aula. Esta idea ya la propusieron en los 80 del siglo pasado Filloy y Rojano (1984).

> El nuevo acercamiento consiste en realizar análisis de problemas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con el método histórico-crítico, y después poner a prueba los hallazgos teóricos en los Sistemas Educativos, para después de esta experimentación, volver, a base de resultados prácticos, a tener una nueva visión de la problemática de la historia de las ideas que corresponda a los resultados didácticos. (Filloy y Rojano, 1984, p. 2)

Bajo esta perspectiva, la implementación didáctica para el aula se entiende como un producto didáctico desarrollado a partir de un proyecto, utilizando principios de la ingeniería.

Para optimizar este proceso de desarrollo, optamos por un ciclo de vida evolutivo en espiral. Esta metodología iterativa se caracteriza por fases que se repiten en cada ciclo, generando un producto y su documentación. El conocimiento y los activos producidos en cada ciclo son reutilizables, facilitando la mejora continua o la creación de nuevos productos relacionados en ciclos subsiguientes (Cervantes Ojeda y Gómez Fuentes, 2012).

En la siguiente imagen (figura 1) se detallan las fases del ciclo de desarrollo. La etapa inicial de nuestro primer ciclo de desarrollo ha concluido con el análisis de nuestro objeto de investigación (fase I). Este proceso nos ha permitido obtener los conocimientos y la documentación indispensables para la elaboración de una experiencia didáctica, que será objeto de la siguiente fase (II). La Unidad Didáctica producida en la segunda etapa se llevará al aula y los resultados se evaluarán posteriormente (fase III).

En el presente trabajo exponemos solo la fase I, que corresponde a una investigación histórica. Las otras dos fases corresponden a una investigación didáctica, y se llevarán a cabo en estudios posteriores.

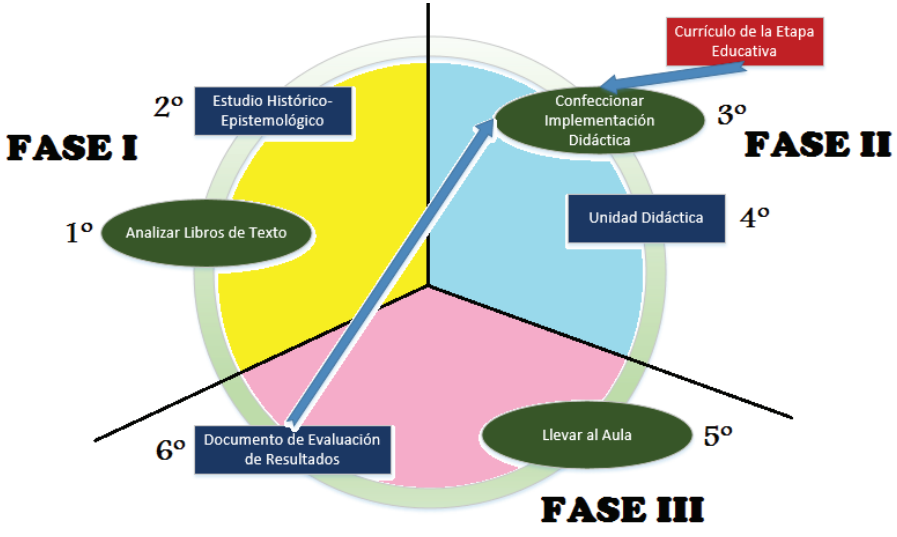


Figura 1. Ciclo de desarrollo en espiral para un producto didáctico.

Esta primera fase de nuestro trabajo, como se mencionó, se ha dedicado a la investigación histórico-epistemológica del método de Nicolás Chuquet para extracción de raíces y su posible presencia en más de 80 libros españoles de matemáticas de entre los siglos XVI y XVIII.

Para la selección de los textos, hemos intentado obtener primeras ediciones digitalizadas y accesibles en los diferentes repositorios. Nos hemos centrado tanto en libros de aritmética como de álgebra y hemos buscado el objeto de nuestro estudio, que es la extracción de raíces. La selección de las fuentes está basada en los trabajos de otros investigadores, como son Maz-Machado y Rico (2015), Madrid (2016), Madrid *et al.* (2019), Madrid *et al.* (2020) y Maz-Machado *et al.* (2020).

Este estudio de tipo descriptivo e histórico se enmarca en el campo de la Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática. Utilizamos el análisis de contenido de textos matemáticos como metodología, siguiendo ejemplos de investigaciones anteriores (Docampo Rey, 2006, 2008; Romero Vallhonesta, 2012).

Para guiar nuestro trabajo, adoptamos el enfoque histórico de Ruiz Berrio (1976), el cual establece las etapas de heurística, crítica, hermenéutica y exposición. Inicialmente, en la fase heurística, nos enfocamos en la localización y verificación de las fuentes, siendo el *Triparty* de Chuquet nuestra fuente principal y unos 80 textos españoles.

Posteriormente, llevamos a cabo un análisis crítico interno de los capítulos relevantes, dedicados al método de extracción de raíces en los libros seleccionados. Luego, en la fase hermenéutica, interpretamos y organizamos la información. Finalmente, presentamos nuestros resultados en una exposición.

3. RESULTADOS

3.1. Origen de los métodos de extracción de raíces por aproximación

Se tiene conocimiento de que los babilonios, alrededor de 2 000 años antes de Cristo, ya empleaban métodos aproximados para calcular raíces cuadradas (Ezquerro *et al.*, 2010). Un ejemplo de esto se encuentra en la tablilla YBC7289 de la "Colección babilónica de Yale", donde se muestra el cálculo de $\sqrt{2}$ (Fowler y Robson, 1998).

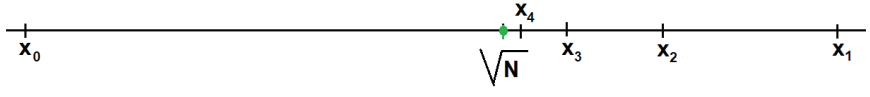
Asimismo, la tablilla VAT6598, conservada en el Museo de Berlín, presenta el cálculo de la diagonal de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 40 y 10, obteniéndose como resultado $\sqrt{1700}$ (Ezquerro *et al.*, 2010).

Desde entonces, los métodos para hallar raíces cuadradas mediante aproximaciones han evolucionado y se han difundido en diferentes culturas, como la griega. Por ejemplo, se sabe que Herón de Alejandría (ca. 10-70) desarrolló una fórmula para calcular raíces cuadradas de forma aproximada, conocida hoy como la "Fórmula de Herón".

Sin embargo, esta técnica también se ha atribuido a matemáticos anteriores, como Arquitas de Tarento (428-365 a.C.) o Arquímedes (282-212 a.C.) (Parajuli, 2021). Estos métodos aproximados han permitido no solo el cálculo de raíces cúbicas y de mayor índice, sino que también se han empleado como métodos generales para resolver ecuaciones.

El algoritmo babilónico para aproximar raíces (Osler, 1999; Fowler y Robson, 1998) es un algoritmo iterativo y eficiente para calcular la raíz cuadrada ($\sqrt{N}$) de un número N, que se basa en el principio de que la raíz exacta se encuentra siempre entre una aproximación inicial (x_n) y el cociente de N dividido por esa aproximación $(\frac{N}{x_n})$.

Por lo tanto, cada nueva y mejor estimación (x_{n+1}) se obtiene calculando el promedio aritmético de estos dos valores, es decir, $x_{n+1}= \frac{1}{2}\ (x_n + \frac{N}{x_n})$, repitiendo el proceso hasta alcanzar la precisión deseada.



Este método es matemáticamente equivalente al "Método de Herón" (Fowler y Robson, 1998).

El método empleado por los babilonios es fácilmente extensible para la extracción de raíces de mayor índice. Por ejemplo, para la extracción de la raíz cúbica (Osler, 1999).

$$x_{n+1}= \frac{1}{2}\ (x_n + \frac{N}{x_n^2})$$

Otro método para la extracción de raíces es el que emplea la expansión binomial para ir obteniendo los sucesivos dígitos de la solución. Posiblemente este método ya era conocido por los matemáticos chinos antes de nuestra era (Núñez y Servat, 1993).

Si la raíz cuadrada de un número N consta de dos dígitos, sería de la forma $10A + B$, donde A son las decenas y B las unidades. Entonces,

$$\sqrt{N} = 10A + B \Rightarrow N = (10A + B)^2$$

Por lo que,

$$N = (10A)^2 + 20AB + B^2$$

Pero si la raíz no es exacta, se puede hacer una aproximación, de manera que si ahora A es la parte entera de la solución, entonces,

$$\sqrt{N} = A + B \Rightarrow N = (A + B)^2, \text{ donde } 0 \leq B < 1$$

Si desarrollamos el binomio,

$$N = A^2 + 2AB + B^2 \Rightarrow N - A^2 = (2A + B) \cdot B$$

A la cantidad $N - A^2$ le llamamos residuo y la nombramos como R. Entonces podemos estimar el valor de B, al que denominamos como:

$$B' = \frac{R}{2A + B}, \text{ donde } 0 \leq B < 1$$

Por lo tanto,

$$A + \frac{R}{2A + 1} < \sqrt{N} \leq A + \frac{R}{2A}$$

De la misma forma, para raíces cúbicas,

$$A + \frac{R}{3A^2 + 3A + 1} < \sqrt[3]{N} \leq A + \frac{R}{3A^2 + 3A}$$

Es decir, que se puede establecer un valor por defecto y uno por exceso.

3.2. El método de extracción de raíces de la "Regla de los Números Medios" ("Règle des Nombres Moyens") de Nicolás Chuquet

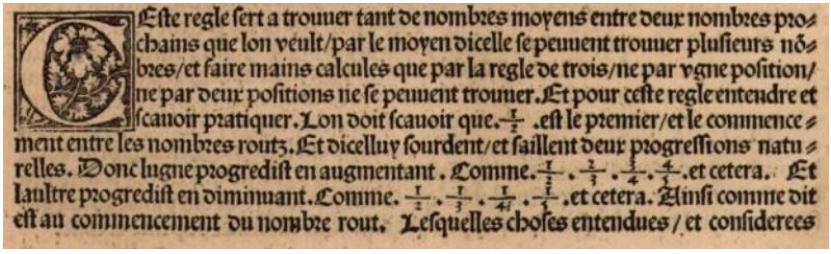
La historia del *Le Triparty en la Science des Nombres* de Nicolás Chuquet (1484), es la de un texto fundamental del álgebra medieval que, pese a su sofisticación, se vio privado de su difusión y reconocimiento inicial por la pérdida de su manuscrito. La obra, que incluía la invención de Chuquet de la *Règle des Nombres Moyens* (Regla de los Números Medios) para la extracción de raíces por aproximación, permaneció inédita y fuera de circulación.

Esta oscuridad fue explotada por el matemático Étienne de la Roche, quien en 1520 publicó su *L'arismetique nouvelle composee* (De la Roche, 1520), incorporando partes copiadas literalmente del *Triparty*. Aunque De la Roche citó a Chuquet en dos ocasiones como un "gran maestro parisino", omitió atribuirle la autoría de la crucial Regla de los Números Medios. Por ello, y al haber sido vecinos durante al menos ocho años (L'Huillier, 1976), se especula que Chuquet pudo haber sido preceptor de De la Roche.

Esta suplantación de autoría se mantuvo hasta finales del siglo XIX; el *Triparty* fue finalmente redescubierto en la Biblioteca Nacional de París por el académico Aristide Marre. Marre se encargó de la transcripción y publicación completa de la obra, primero en el *Boletín de Bibliografía y de Historia de la Ciencia Matemática y Física* en 1880 (Marre, 1880) y luego en un libro más extenso en 1881 (Marre, 1881).

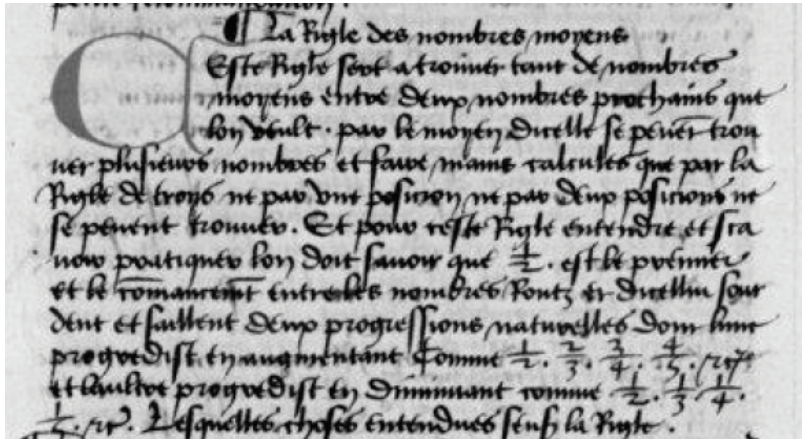
Esta publicación histórica restituyó la autoría a Chuquet, demostrando la correspondencia exacta (visible en las Figuras 2 y 3) entre la Regla de los Números Medios copiada por De la Roche y el texto original de Chuquet.

La regla, ideada para encontrar un número intermedio entre dos números próximos, era empleada por Chuquet para resolver lo que se podría considerar una ecuación cuadrática de la forma $x^2 + x = 39 + \frac{13}{81}$ (Chuquet, 1484, fol. 44v). A pesar de la tardía publicación del manuscrito, sus ideas perduraron anónimamente en textos posteriores de otros autores como Stevin.



Ceste regle sert a trouuer tant de nombres moyens entre deux nombres prochains que lon veult/par le moyen dicelle se peuuent trouuer plusieurs nombres/et faire mains calcules que par la regle de trois/ne par vgne position/ne par deux positions ne se peuuent trouuer. Et pour ceste regle entendre et scauoir pratiquer. Lon doit scauoir que. $\frac{1}{2}$. est le premier/et le commencement entre les nombres routz. Et dicelluy sourdent/et saillent deux progressions naturelles. Donc lugne progrediſt en augmentant. Comme. $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$ .et cetera. Et laultre progrediſt en diminuant. Comme. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$ .et cetera. Ainſi comme dit eſt au commencement du nombre rout. Leſquelles choſes entendues/et conſiderees

Figura 2. Regla de los números medios de De la Roche (1520, fol. 28v).



La Regle des nombres moyens
Ceſte Regle ſert a trouuer tant de nombres
moyens entre deux nombres prochains que
lon veult. par le moyen dicelle ſe peuuent trou
uer pluſieurs nombres et faire mains calcules que par la
Regle de trois ne par deux poſitions ne
ſe peuuent trouuer. Et pour ceſte Regle entendre et ſca
uoir pratiquer lon doit ſauoir que $\frac{1}{2}$. eſt le premier
et le commancement entre les nombres routz et dicelluy ſour
dent et ſaillent deux progreſſions naturelles Donc lune
progrediſt en augmentant comme $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. ſ. et
et laultre progrediſt en Diminuant comme $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$.
$\frac{1}{5}$. ſ. Leſquelles choſes entendues ſenſuit la Regle .

Figura 3. Regla de los números medios de Chuquet (1484, fol. 44r).

Veamos en qué consiste la "Regla de los números medios", analizando el ejemplo que utiliza Chuquet en el texto. Se utilizan dos series de fracciones (progresiones según Chuquet), una creciente y otra decreciente. La serie decreciente está formada por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ..., $\frac{1}{n}$,mientras que la serie creciente consiste en $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, ..., $\frac{(n-1)}{n}$. La regla que emplea Chuquet establece que si $a, b, c,$ y d son números naturales tales que $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, podemos encontrar una fracción $\frac{a+c}{b+d}$ que se encuentra entre las dos fracciones, es decir, $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

Este método permite generar infinitas fracciones que se sitúan entre dos fracciones dadas. El resultado está amparado en las proposiciones sobre las proporciones del libro V de los *Elementos* de Euclides. Chuquet traspone esta proposición geométrica a su equivalente aritmético.

Esta fracción intermedia se denominó, tiempo después, con el nombre de "mediant". Posiblemente la primera vez que se utilizó esta propiedad fue en el siglo XIX por John Farey (Guthery, 2010), aunque el término "mediant" se empleó a partir de esa fecha.

A partir de aquí, Chuquet explica el método que va a emplear para resolver el problema propuesto. Primero, se establece un intervalo entre dos números enteros que contiene la solución, en este caso, entre 5 y 6. Esto quiere decir que el valor de la solución de la ecuación está dentro de este rango.

Para comenzar, se añade $\frac{1}{2}$ al límite inferior del intervalo, obteniendo $5 + \frac{1}{2}$. Se verifica si este valor da una solución mayor o menor que la deseada, $39 + \frac{13}{81}$. Si el valor obtenido es mayor, se prueba con el siguiente término de la serie descendente (añadiendo este valor al límite superior del intervalo); si el valor es menor, se prueba con el siguiente término de la serie ascendente (sumando este término al límite inferior del intervalo). Este proceso se repite hasta que se obtiene un intervalo lo más estrecho posible alrededor de la solución buscada.

Una vez que se han establecido dos fracciones, una con el límite inferior y otra con el límite superior (por ejemplo, $5 + \frac{a}{b}$ y $5 + \frac{c}{d}$), se calcula una nueva fracción entre $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ utilizando el método de sumas cruzadas: sumando numeradores y denominadores por separado $\frac{a+c}{b+d}$.

Este valor se evalúa en la ecuación, y según si el resultado es mayor o menor que el valor deseado, se ajustan los límites: si el resultado es mayor, se coloca el valor calculado como límite superior; si es menor, se coloca como límite inferior. El proceso continúa, refinando cada vez más el intervalo hasta que se obtiene la solución exacta o se decide detener el proceso.

En el ejemplo de Chuquet, la solución se encuentra entre 5 y 6. Comenzamos con 5 y aplicamos la progresión descendente. Evaluamos los valores obtenidos con los términos de la serie descendente, hasta que encontramos que el límite inferior es $5 + \frac{7}{9}$ y el superior es $5 + \frac{7}{9}$, lo que nos da la solución exacta, ya que, al evaluar esta fracción en la ecuación, obtenemos el valor correcto, $39 + \frac{13}{81}$. Por lo tanto, la solución exacta es $5 + \frac{7}{9}$.

A partir del folio 52r, Chuquet ya emplea su regla para la extracción por aproximación de lo que denomina raíces imperfectas (irracionales). Y calcula las raíces $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}$, y $\sqrt{14}$,.

La regla podemos expresarla como un algoritmo con simbología actual. Supongamos que queremos calcular $\sqrt{N}$. Denotaremos como S la solución de esa raíz. Partimos de un intervalo de amplitud 1 en el que ya sabemos que está S. $S \in [A, A+1]$, donde A es un entero. Utilizamos los enteros a, b, c y d para construir las fracciones que vamos a utilizar. El algoritmo tendría el esquema de la siguiente figura (figura 4).

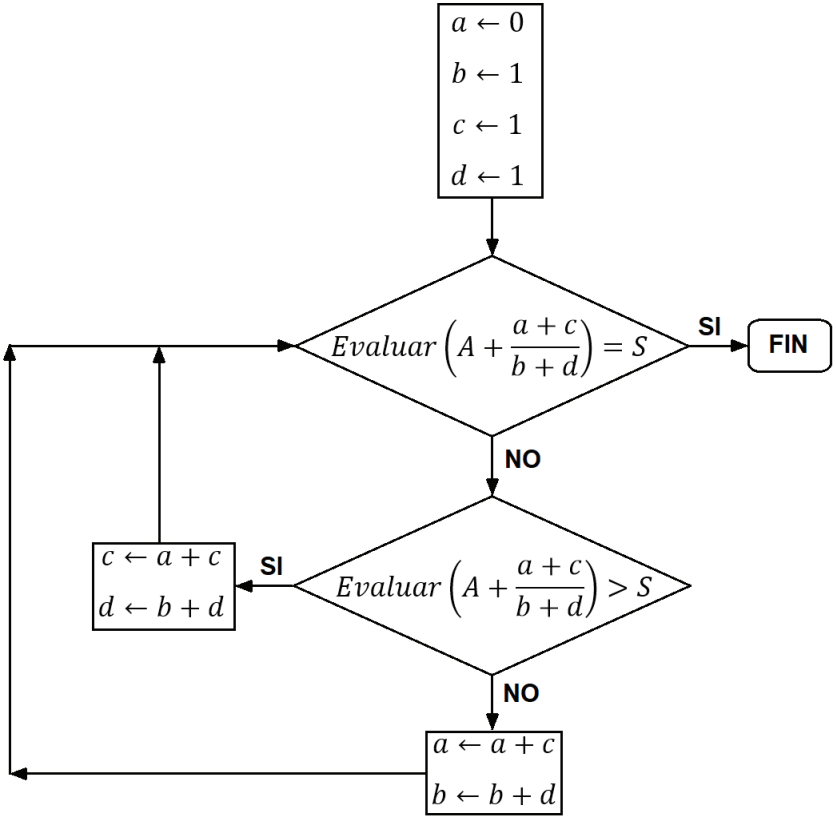


Figura 4. Algoritmo del método de Chuquet.

Hemos diseñado un programa en Python que implementa el algoritmo. El programa está planteado para calcular raíces cuadradas, pero es fácilmente adaptable para determinar cualquier tipo de raíz, e incluso para la resolución de ecuaciones polinómicas. El código es el siguiente (figura 5).

```python
from fractions import Fraction

# Configuración inicial
N = 5  # El número al que queremos hallar la raíz
a = 0
b = 1
c = 1
d = 1

ciclos = 17
semilla = 2  # Parte entera aproximada (ej. para sqrt(7), 2^2 < 5)


def chuquet(sem):
    global a, b, c, d, ciclos

    # Cálculo de la mediante (Regla de Chuquet)
    med = Fraction(a + c, b + d)
    # Evaluamos (semilla + mediante)^2
    v_evaluar = pow(sem + med, 2)

    if ciclos > 0:
        ciclos -= 1
        if v_evaluar > N:
            # Si se pasa, la mediante se convierte en el nuevo límite superior
            c = a + c
            d = b + d
            return chuquet(sem)
        elif v_evaluar < N:
            # Si falta, la mediante se convierte en el nuevo límite inferior
            a = a + c
            b = b + d
            return chuquet(sem)
        else:
            return
    else:
        return


# Ejecución
chuquet(semilla)

# Resultados
v_defecto = semilla + Fraction(a, b)
e_defecto = N - pow(v_defecto, 2)

v_exceso = semilla + Fraction(c, d)
e_exceso = pow(v_exceso, 2) - N

print(f"Valor por defecto: {v_defecto} ≈ {float(v_defecto):.10f} --> Error: {float(e_defecto)}")
print(f"Valor por exceso:  {v_exceso} ≈ {float(v_exceso):.10f} --> Error: {float(e_exceso)}")
```

Figura 5. Programa en Python para calcular raíces con el método de Chuquet.

La semilla es el valor A sobre el que apoyamos el intervalo de amplitud 1 dentro del que se encuentra la solución. El programa nos calcula el valor por defecto y por exceso obtenido, tanto en forma de fracción como en forma decimal (con 16 decimales). Además, los errores cometidos en la aproximación. Por ejemplo, si queremos calcular la raíz cuadrada de 6, partimos del valor $A = 2$. El resultado de la ejecución del programa, tras 5 ciclos de ejecución es el siguiente:

```
Valor por defecto: 2 + ( 4 / 9 ) = 2.4444444444444446 --> Error:  2/81
Valor por exceso: 2 + ( 1 / 2 ) = 2.5 --> Error:  1/4
```

Es decir, que la raíz cuadrada de 6 se puede aproximar por defecto a $2 + \frac{4}{9}$, que es aproximadamente 2,4444444444444446, con un error de $\frac{2}{81}$; y por exceso es $2 + \frac{1}{2}$, que es $2{,}5$, con un error de $\frac{1}{4}$. Con una calculadora actual, obtenemos un valor aproximado de 2,449489742783178098197284074705 9. Si aumentamos el número de ciclos, la precisión aumentará significativamente. Por ejemplo, si los ciclos son 20, los resultados son los siguientes:

```
Valor por defecto: 2 + ( 1277 / 2841 ) = 2.4494896163322775 --> Error:  5/8071281
Valor por exceso: 2 + ( 881 / 1960 ) = 2.4494897959183675 --> Error:  1/3841600
```

Ahora, los valores se aproximan al valor real con una precisión de 6 decimales.

A partir del folio 53r, Chuquet calcula la raíz cuadrada de 6, indicando los ciclos del proceso, estimando su valor por exceso en $2 + \frac{89}{198}$ con un error de $\frac{1}{39204}$ (figura 6).

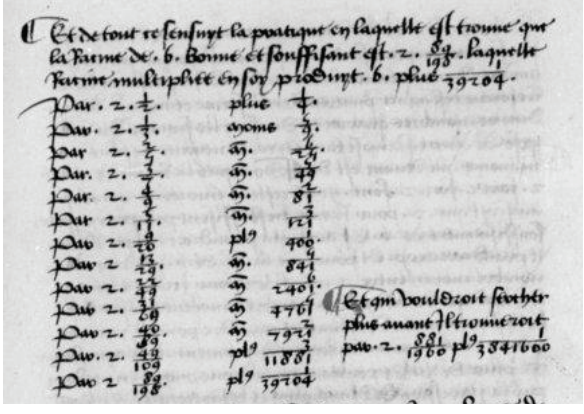


Figura 6. Cálculo de la raíz cuadrada de 6 (Chuquet, 1484, fol. 53r).

El autor indica que se puede aproximar más aún, por ejemplo, utilizando el valor por exceso de $2 + \frac{881}{1960}$ con un error de $\frac{1}{38416}$ (que se obtiene con 19 iteraciones).

Y a continuación indica las aproximaciones (casi todas por exceso) de las raíces de 2, 3, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 13 y 14.

En el cálculo de la raíz de 10 indica dos valores, uno por exceso y otro por defecto. Estos valores aparecen en la iteración 29 del algoritmo. Posiblemente indique estos dos valores porque el error en los dos casos es una fracción unitaria. Veamos los resultados en la siguiente figura (figura 7).

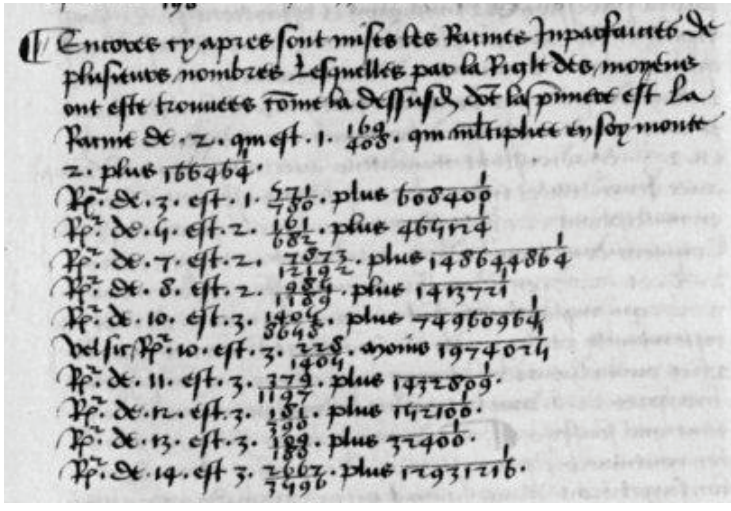


Figura 7. Cálculo de diferentes raíces (Chuquet, 1484, fol. 53r).

Si nos fijamos bien, los errores están representados por fracciones unitarias, las cuales eran muy utilizadas en la antigüedad (llamadas comúnmente "fracciones egipcias"), ya que eran muy apropiadas para principalmente los repartos y herencias. Chuquet calcula las iteraciones necesarias, en cada caso, para obtener un error que se represente como una fracción unitaria. Hemos utilizado nuestro programa para comprobar los resultados dados por Chuquet y en el caso de la $\sqrt{5}$, Chuquet comete un descuido en el cálculo del error por exceso, ya que indica que es $\frac{1}{465124}$ cuando realmente es $\frac{5}{465124}$.

3.3. Presencia del método de extracción de raíces en libros españoles hasta el siglo XVIII

De los casi 80 libros de matemáticas españoles entre los siglos XVI y XVIII que hemos analizado, y que es una muestra significativa de los libros conocidos de la época, hemos encontrado el método de extracción de raíces ideado por Chuquet en tres, aunque algunos tienen diferentes ediciones en distintos años, incluso un libro de Pérez de Moya aparece en ediciones desde el siglo XVI hasta el XVIII. Es decir, que solo hemos encontrado el método en otros tres libros del siglo XVI, aunque el método aparece citado en otro libro del siglo XVII, atribuido a Étienne de la Roche.

El primer libro español del que tenemos noticias en el que aparece el método de Chuquet es el de Joan Ventallol (1521), *Practica mercantiuol composta e ordenada per en Joan Vâtallol de la ciutat de Mallorques.* Sin embargo, hay que decir que no es el primero en español, aunque sí por un español, pero escrito en catalán. Entre los folios 119v y 120r, el autor explica el método de Chuquet, pero sin citar al autor (figura 8).

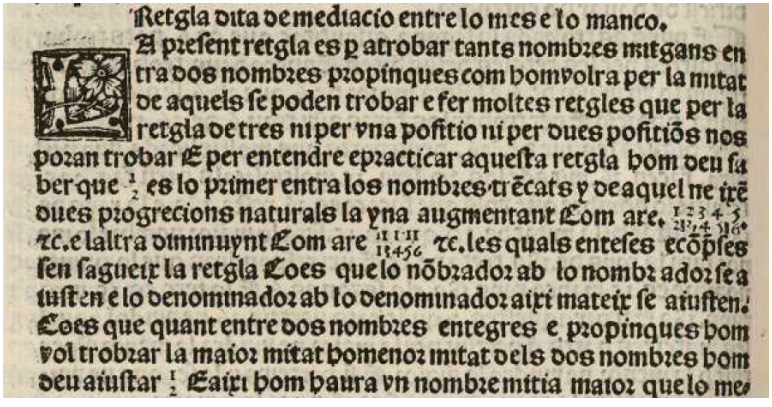

Retgla dita de mediacio entre lo mes e lo manco.
A present retgla es p atrobar tants nombres mitgans en
tra dos nombres propinques com bomvolra per la mitat
de aquels se poden trobar e fer moltes retgles que per la
retgla de tres ni per vna positio ni per dues positiõs nos
pozan trobar E per entendre epractícar aquesta retgla bom deu sa
ber que $\frac{1}{2}$ es lo primer entra los nombres trẽcats y de aquel ne itrẽ
dues progrecions naturals la yna augmentant Com are. 1 2 3 4 5 / 2 3 4 5 6
tc. e laltra diminuynt Com are I II III IIII V / V IIII III II I tc. les quals enteses ecõpses
sen sagueix la retgla Coes que lo nõbrador ab lo nombrador se a
iusten e lo denominador ab lo denominador aixi mateix se aiusten.
Coes que quant entre dos nombres entegres e propinques bom
vol trobrar la maior mitat bomenor mitat dels dos nombres bom
deu aiustar $\frac{1}{2}$ Aixi bom haura vn nombre mitia maior que lo me

Figura 8. Regla dita de mediacio entre lo mes e lo manco (Ventallol, 1521, fol. 119v).

Hemos utilizado nuestro programa, comprobando que hay casos en los que está claro que el método empleado por Ventallol ha sido el de expansión binomial, pero hay otros en los que tenemos dudas, y unos pocos que no han podido ser calculados por expansión binomial, por lo que muy posiblemente empleara el método de Chuquet. Lo que no sabemos es qué criterio siguió el autor para elegir un método u otro.

Para Rey Pastor (1913), en el siglo XVI solo cabe mencionar a los aritméticos españoles Pedro Ciruelo, Juan Martínez Silíceo, Gaspar Lax, Miguel Francés, Álvaro Tomás y Juan de Ortega. Todos ellos son considerados por Rey Pastor como anticuados en sus enseñanzas.

No vamos a discutir sobre lo acertado de Rey Pastor en esta afirmación, ni de que la justifica porque no incluyen el *arte mayor* o *regla de la cosa*, es decir, el álgebra, ya que la caracterización de Rey Pastor debe leerse en el marco historiográfico de principios del siglo XX, cuando aún no se había reivindicado suficientemente la circulación matemática peninsular.

También, afirma que estos matemáticos no conocieron la *Summa* de Pacioli, considerada como la obra puntera por excelencia en la época. Y tampoco conocieron, según él, la obra de un matemático superior, Nicolás Chuquet, que escribió su *Triparty* en Lyon en 1484.

Respecto a esto último, debemos considerar que posiblemente, uno de los autores citados por Rey Pastor, sí conocía la obra de Chuquet, o al menos su método de extracción de raíces, tal y como veremos más adelante.

Juan de Ortega publica su libro *Siguese vna conpusicion de la arte de la arismetica y juntamente de geometria,* en 1512 (Ortega, 1512). El cual tuvo bastante difusión, apareciendo otras ediciones, en idiomas diferentes en 1515 en Lyon, 1525 en Roma y Mesina. En España hay ediciones de 1534, 1537, 1542, 1552 y 1563. Aunque todas estas ediciones tienen como título *Tratado subtilissimo de Arismetica y de Geometria*. En todas aparece la extracción de raíces por expansión binomial. Pero el autor incluye en la parte geométrica del libro, en las ediciones de 1534, 1537 y 1542 (Ortega, 1534, 1537, 1542), el cálculo de algunas raíces que parecen no proceder del método de expansión binomial, aunque no indica nada al respecto.

Por desgracia, la de 1552 (Ortega, 1552) está corregida por Gonzalo de Busto, que añade algo de álgebra y enmienda algunos errores, considerando un error el cálculo de estas raíces introducidas, y volviendo a poner los resultados obtenidos por el método de expansión binomial.

En la impresión de 1563, editada por Juan Lagarto (Ortega *et al.*, 1563), solo aparece el cálculo de raíces por expansión binomial, además de un pequeño tratado escrito por Juan Pérez de Moya. Es decir, que ese método diferente de extracción de raíces solo está presente en las ediciones de 1534, 1537 y 1542.

Si nos centramos precisamente en estas ediciones de 1534, 1537 y 1542, y en las que aparecen calculadas en la parte de geometría, las raíces con unos valores que no corresponden al método de expansión binomial, encontramos que Rey Pastor indaga sobre el método que haya podido utilizar Ortega, considerando que podría ser el "Método de Herón", aunque luego lo descarta porque no cuadra en algunos casos.

Aunque también, indica que podría ser Chuquet, pero lo ve bastante improbable, primero porque Ortega no se sabe que viajara a Francia en esa época y segundo porque el *Triparty* de Chuquet tuvo poca difusión, aunque hay que decir al respecto que la copia de Étienne de la Roche sí salió publicada en 1520 y tuvo cierta difusión.

Precisamente es en la edición siguiente a esa fecha de 1512, en la de 1534, posterior al libro de De la Roche, en la que aparece el método de extracción que nos ocupa. Barinaga (1932) también trata este tema y analiza estas raíces, sin poder llegar a una conclusión segura, aunque no habla nada de la posibilidad de que Ortega usara el método de Chuquet.

Más tarde, Benito *et al.* (2020) creen haber encontrado el método empleado por Ortega. Se trata del método de aproximación de Chuquet. En un trabajo, analizan pormenorizadamente, con el uso de programas informáticos, las soluciones aportadas por Ortega para verificar si en efecto usó el método de Chuquet.

Los resultados obtenidos con nuestro programa informático, comparando los cálculos que aparecen en las ediciones de 1534, 1537 y 1542 de Ortega con las que se obtendrían si fuera el método de Chuquet el empleado, son los de la siguiente tabla (los folios pertenecen a la edición de 1534) (Tabla 1).

Tabla 1. Resultados en Ortega comparados con los del programa informático

	Texto de Ortega		**Programa informático**		
	Folio	**Valor**	**Ciclo**	**Valor por exceso**	**Error**
$\sqrt{128}$	223r	11 + 16/51	10	11 + 16/51	+1/2601
$\sqrt{80}$	223v	8 + 17/18	17	8 + 17/18	+1/324
$\sqrt{297}$	224r	17 + 659/2820	19	17 + 659/2820	+1/7952400
$\sqrt{300}$	224r	17 + 25/78	13	17 + 25/78	+1/6084
$\sqrt{375}$	224v	19 + 285/781	16	19 + 285/781	+1/609961
$\sqrt{135}$	226r	11 + 13/21	6	11 + 13/21	+1/441
$\sqrt{75}$	228r	8 + 103/156	21	8 + 103/156	+1/24336
$\sqrt{756}$	228v	27 + 109/220	57	27 + 109/220	+1/48400
$\sqrt{611}$	228v	24 + 6886/9585	22	24 + 6886/9585	+1/91872225
$\sqrt{231}$	230r	15 + 151/760	39	15 + 151/760	+1/577600
$\sqrt{800}$	231r	28 + 197/693	22	28 + 197/693	+1/480249
$\sqrt{4100}$	231v	64 + 1/32	32	64 + 1/32	+1/1024
$\sqrt{127 + 3/11}$	230r	11 + 2/7 (*)	4	11+2/7	+51/539
$\sqrt{2000}$	231v	44 + 2079/2882 (**)	13	44 + 189/262	+89/68644
$\sqrt{9600}$	232r	97 + 191/194 (***)	48	97 + 48/49	+1/2401
$\sqrt{5 + 1/3}$	230r	2 + 1/6 + 1/7 (****)	9	2 + 13/42	+1/1764

En los primeros 12 casos, el valor que aparece en el texto de Ortega coincide con el valor por exceso calculado por el método de Chuquet en que el error es la primera fracción unitaria encontrada.

(*) Esta solución no es la que tiene como error una fracción unitaria, por lo que no sabemos por qué la eligió Ortega. Hay que llegar a casi 50 iteraciones para encontrar un error en fracción unitaria, aunque en la iteración 4 encontramos el resultado de Ortega con un error que no está en forma de fracción unitaria. Seguramente este sea el motivo por el que Ortega decidió mantener la solución dada en su edición de 1512, aunque no sabemos el método que utilizó para su cálculo, que no es por expansión binomial tampoco.

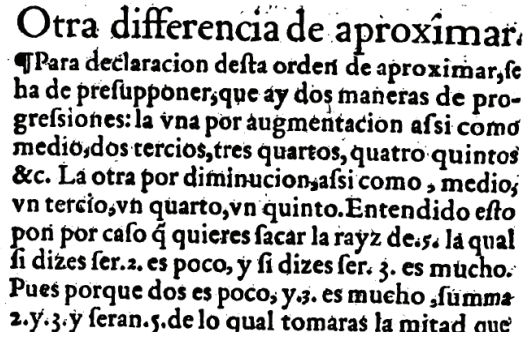
(**) En Ortega no está simplificado. Según Benito *et al.* (2020), Ortega llegó a esta solución mediante la aproximación de $\sqrt{5}$, realizando una serie de operaciones. Aunque pensamos que sería más sencillo que Ortega simplemente no simplificara la fracción, aunque hay que tener en cuenta que, aun así, la solución no es la que tiene un error en forma de fracción unitaria ya que el error es $+\frac{89}{68644}$. Hay que decir a este respecto, que la aproximación con error en forma de fracción unitaria es $44+\frac{15005}{20801}$, con un error de $+\frac{1}{432681601}$, y que se encuentra después de 24 iteraciones.

(***) En Ortega aparece $97+\frac{191}{194}$. En este caso, no ha aplicado la regla de Chuquet, sino que parece ser que ha utilizado como valor por exceso el valor obtenido utilizando la expansión binomial. Es decir, $A+\frac{R}{2A}=\frac{9600-97^2}{97\cdot 2}=97+\frac{191}{194}$. Quizás se deba a que un error por exceso en forma de fracción unitaria no se obtiene con la regla de Chuquet hasta la iteración 48, por lo que Ortega decidió no utilizar dicha regla sino el método por expansión binomial en este caso.

(****) Ortega aporta la solución en forma de fracciones unitarias, en la que realiza la conversión de $\frac{13}{42}$ a su versión a $\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$. Creemos que, en este caso, sí emplea el método de Chuquet.

Tal y como dicen Benito *et al.* (2020), no creemos que los casos en los que no concuerda el resultado propuesto por Ortega respecto al que se debería obtener con el método de Chuquet se deban a errores de Ortega, sino a decisiones tomadas conscientemente por el autor. Aún nos queda la incógnita de saber qué método empleó para calcular $\sqrt{127+3/11}$.

El siguiente libro en el que encontramos el método de Chuquet es en la *Arithmetica practica y speculativa* del bachiller Juan Pérez de Moya (1562). A partir de la página 443 del libro séptimo, Pérez de Moya comienza la parte algebraica de su libro, el *Compendio de la regla de la cosa o arte mayor*. A partir de la página 456, en el capítulo IV, explica la manera de extraer raíces, primero con el método de expansión binomial y después, a partir de la página 464, con "otra diferencia de aproximar". Y aquí es donde explica el método ideado por Chuquet, pero sin citar la autoría, utilizando el ejemplo de extraer la raíz cuadrada de 5 (figura 9).



Otra differencia de aproximar.

¶Para declaracion deſta orden de aproximar, ſe ha de preſupponer, que ay dos maneras de progreſsiones: la vna por augmentacion aſsi como medio, dos tercios, tres quartos, quatro quintos &c. La otra por diminucion, aſsi como, medio, vn tercio, vn quarto, vn quinto. Entendido eſto pon por caſo q̃ quieres ſacar la rayz de. 5. la qual ſi dizes ſer. 2. es poco, y ſi dizes ſer. 3. es mucho. Pues porque dos es poco, y. 3. es mucho, ſumma 2. y. 3. y ſeran. 5. de lo qual tomaras la mitad que

Figura 9. Explicación del método de Chuquet, sin citarlo (Pérez de Moya, 1562, p. 464).

En la edición de 1573, aparece otro método de aproximación a partir de la página 335 que es el equivalente al "método de Herón". Hay ediciones posteriores que no añaden nada nuevo respecto al tema que hemos estudiado, incluso en el siglo XVIII.

En 1672 aparece publicada la *Arithmetica especulativa, y practica, y arte de algebra* (Puig, 1672), única obra conocida del matemático catalán Andrés Puig, que contiene parte de aritmética y parte de álgebra, muestra el método de extracción de raíces de Chuquet, aunque se le atribuye a Étienne de la Roche. Este error de atribución es prueba indirecta de la falta de difusión del manuscrito de Chuquet hasta el siglo XIX.

Puig dice que debido a la dificultad que entraña la resolución de ecuaciones por medio del método general por expansión binomial, su maestro Juan Serrano le enseñó una regla que, si bien no se aplicaba a la resolución de ecuaciones, la ha modificado para este cometido (Ruiz-Catalán, 2020), la denomina "Regla de la mediación entre lo más, y lo menos", e indica que su autor es Estevan de Roca, que sabemos que es el nombre castellanizado de Étienne de la Roche.

Es decir, que el método de Chuquet aparece citado en el libro de Puig, pero modificado para que sirva como método general de resolución de ecuaciones (Ruiz-Catalán y Valle-Arias, 2024), y denominado "Regla Media". La diferencia principal respecto del método de Chuquet es que Puig realiza una partición por la mitad del intervalo en cada iteración.

El método de extracción que aparece en más textos de los analizados, en 54 textos de los más de 80 analizados, es el clásico de expansión binomial.

No hemos encontrado la presencia del método de Chuquet en más libros españoles hasta el siglo XVIII.

Sin embargo, sí aparecen métodos de resolución de ecuaciones que utilizan la acotación de la solución en intervalos y luego una aproximación dividiendo dicho intervalo para obtener resultados más precisos.

Por ejemplo, el "Método de las Hipótesis" que aparece en el *Compendio Mathematico* de Tomás Vicente Tosca (1709), y que ya utilizó Michel Rolle (1690) en su *Traité D'Algèbre* para encontrar de manera aproximada las raíces de una ecuación por el "Método de las Cascadas" tras haberlas separado previamente.

También encontramos el método dicotómico, parecido al de Andrés Puig, en las *Liciones de Mathematica* de Tomás Cerdá (1758) y en los *Elementos de matemática* de Benito Bails (1779).

En estos dos últimos, en las *Instituciones arithmeticas* de Paulino de San Joseph (1772), en los *Elementos de Matemática Pura* de Carlos Le-Maur (1778), en el *Curso matemático* de Pedro Giannini (1782) y en el *Curso de matemáticas* de Tadeo Lope y Aguilar (1794) aparece ya el método de Newton como método general de resolución de ecuaciones por aproximación.

En la figura 10 aparecen los años de publicación de los libros analizados que contienen los diferentes métodos de extracción de raíces y de resolución de ecuaciones por aproximación.

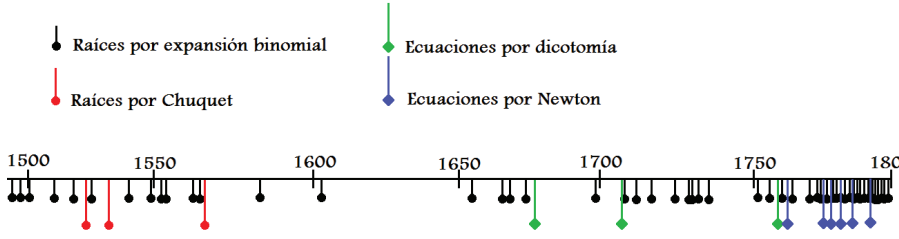


Figura 10. Años en los que aparecen los textos que contienen los métodos de aproximación tanto para raíces como para ecuaciones.

4. CONCLUSIONES

Este trabajo ha analizado en detalle el método de extracción de raíces por aproximación desarrollado por Nicolás Chuquet en su *Triparty* (Chuquet, 1484), situándolo en el contexto de los métodos iterativos conocidos desde la matemática babilónica y helenística. Se trata de un procedimiento de acotación sucesiva que puede considerarse un antecedente conceptual de los métodos numéricos modernos para resolución de ecuaciones, incluyendo los dicotómicos y el método de Newton-Raphson.

El análisis de más de ochenta textos matemáticos publicados en España entre los siglos XVI y XVIII muestra que la recepción del método de Chuquet fue limitada, documentándose únicamente en tres autores del siglo XVI (Ventallol, Ortega y Pérez de Moya) y citado, aunque atribuido erróneamente a Étienne de la Roche, por Andrés Puig en el siglo XVII. Este resultado matiza la visión historiográfica clásica que ha presentado la tradición matemática española como desvinculada de las innovaciones algebraicas europeas, y demuestra que algunas de estas técnicas avanzadas circularon en la península, aunque con difusión minoritaria.

El método de Chuquet convive inicialmente con el tradicional método basado en la expansión binomial, pero su presencia desaparece progresivamente conforme se extienden otros métodos numéricos más sistemáticos, resultado tanto de transformaciones en la enseñanza matemática como del cambio epistemológico de la ciencia moderna. Entre las razones posibles para esta pérdida de difusión se encuentran la escasa circulación inicial del manuscrito de Chuquet, la formalización progresiva del álgebra escolar en los siglos XVII y XVIII y la preferencia pedagógica por procedimientos más mecanizables y universales.

Desde el punto de vista educativo, el método de Chuquet constituye una herramienta didáctica valiosa para Educación Secundaria y Bachillerato, al permitir que el alumnado experimente la resolución numérica desde un razonamiento iterativo, fundamentado, histórico y no meramente procedimental. Este enfoque es coherente con corrientes actuales de la didáctica de las matemáticas que defienden el valor formativo de la historia como recurso para comprender la evolución conceptual y reforzar la significatividad del aprendizaje.

En este sentido, el trabajo plantea una secuencia didáctica concreta, orientada a llevar el método de Chuquet al aula:

1. Presentar al alumnado una raíz no exacta (por ejemplo, $\sqrt{10}$) sin calculadora y pedirle que proponga una forma de aproximarla.
2. Introducir el método de Chuquet utilizando el diagrama incluido en el artículo y explicar cada paso de la iteración con el ejemplo propuesto.
3. Contextualizar históricamente al autor y destacar el valor del pensamiento matemático desarrollado antes de la existencia de métodos modernos y calculadoras.
4. Resolver la raíz sobre papel aplicando el método de Chuquet, calculando en cada iteración el error relativo cometido.
5. Comparar manualmente los resultados con los que proporciona el programa en Python implementado en el trabajo, observando la convergencia de la solución a la obtenida con la calculadora y la disminución del error.
6. Mostrar que el mismo procedimiento puede emplearse para resolver ecuaciones y no solo para extraer raíces.

Esta secuencia permite que los estudiantes comprendan el fundamento de los métodos aproximados, valoren la evolución histórica del conocimiento matemático e identifiquen continuidades entre la matemática renacentista y la moderna.

La implementación real en el aula requerirá considerar aspectos como el tiempo curricular disponible, el grado de alfabetización algebraico-algorítmica del alumnado y la formación previa del profesorado. Futuros trabajos deberán contrastar empíricamente el impacto de esta propuesta en aspectos como comprensión conceptual, autonomía de resolución, razonamiento numérico e interés por la historia de las matemáticas.

REFERENCIAS

Arnal-Palacián, M., Claros-Mellado, J., y Oller-Marcén, A. M. (2024). La noción de límite en libros de texto españoles de segunda enseñanza del siglo XIX. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas, 42*(2), 197-219. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.6111

Bails, B. (1779). *Elementos de matemática* (Tomo I). Joachin Ibarra Impresor de Cámara de S.M. https://books.google.es/books?id=A3cN89c0Ri4C&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

Barinaga, J. (1932). Sobre los ejemplos de Fray Juan de Ortega. *Revista matemática hispano-americana, 7,* 194-207.

Benito, M., Escribano, J. J., Fernández, E., y Sánchez, M. (2020). Fray Juan de Ortega's approximations, 500 years after (arXiv:1212.1125). *arXiv*. https://doi.org/10.48550/arXiv.1212.1125

Cerdá, T. (1758). *Liciones de mathematica, o elementos generales de arithmetica y algebra*. Francisco Suria, Impresor de la Real Academia de Buenas Letras de dicha Ciudad.

Chuquet, N. (1484). *Le triparty en la science des nombres* [Manuscrito]. https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b9058845h

De la Roche, É. (1520). *L'arismethique nouvellement composee*. Costantin Fradin. https://books.google.es/books?id=9xg8AAAAcAAJ&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0

Docampo Rey, J. (2006). Reading Luca Pacioli's Summa in Catalonia: An early 16th-century Catalan manuscript on algebra and arithmetic. *Historia Mathematica, 33*(1), 43-62. https://doi.org/10.1016/j.hm.2005.03.004

Docampo Rey, J. (2008). Vernacular algebra in the Iberian Peninsula before Marco Aurel: Notations and terminology. En H. Hunger, F. Seebacher, & G. Holzer (Eds.), *Proceedings of the 3rd International Conference of the European Society for the History of Science* (pp. 85-92).

Ezquerro, J. A., Gutiérrez, J. M., Hernández, M. Á., Romero, N., y Rubio, M. J. (2010). El método de Newton: De Newton a Kantorovich. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 13*(1), 53-76.

Filloy, E., y Rojano, T. (1984). La Aparición del Lenguaje Aritmético-Algebraico. *L'educazione Matematica, 5*(3), 278-306.

Fowler, D., y Robson, E. (1998). Square Root Approximations in Old Babylonian mathematics: YBC 7289 in context. *Historia Mathematica, 25*(4), 366-378.

Giannini, P. (1782). *Curso matemático para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artillería* (Tomo II). Por D. Antonio Espinosa.

Guthery, S. B. (2010). *A motif of mathematics: History and application of the mediant and the Farey sequence*. Docent Press.

Le-Maur, C. (1778). *Elementos de Matemática Pura. Tomo Primero. Aritmética Universal*. Joachin Ibarra Impresor de Cámara de S.M. https://books.google.com/books/ucm?vid=UCM5323534343&&output=pdf

León-Mantero, C., Casas-Rosal, J. C., y Argudo-Osado, C. (2020a). Análisis de los libros de texto para la formación de agrimensores en España durante el siglo XVIII. En C. López-Esteban y A. Maz-Machado (Eds.), *Las matemáticas en España durante el siglo XVIII a través de los libros y sus autores* (pp. 161-179). Universidad de Salamanca.

León-Mantero, C., Madrid, M. J., y Maz-Machado, A. (2022). *La evolución de los métodos de resolución de triángulos oblicuángulos en los libros de texto sobre trigonometría publicados en España*. Octaedro. http://helvia.uco.es/xmlui/handle/10396/25590

León-Mantero, C., Santiago, A., y Gutiérrez-Arenas, M. (2020b). El método de máximos y mínimos en los libros de texto españoles del siglo XVIII: influencias europeas. En C. López-Esteban y A. Maz-Machado (Eds.), *Las matemáticas en España durante el siglo XVIII a través de los libros y sus autores* (pp. 115-133). Universidad de Salamanca.

L'Huillier, H. (1976). Eléments nouveaux pour la biographie de Nicolas Chuquet. *Revue d'histoire des sciences, 29*(4), 347-350. https://doi.org/10.3406/rhs.1976.1432

Lope y Aguilar, T. (1794). *Curso de matemáticas. Tomo I. Aritmética Universal.* En la Imprenta Real. https://books.google.es/books?id=nqzBYJts95gC&hl=es&source=gbs_navlinks_s

Madrid, M. J. (2016). *Los libros de aritmética en España a lo largo del siglo XVI* [Tesis doctoral, Universidad de Salamanca]. http://hdl.handle.net/11162/179239

Madrid, M. J., León-Mantero, C., Maz-Machado, A. y López-Esteban, C. (2019). El desarrollo del concepto de ecuación en libros españoles de matemáticas del siglo XVIII. En J. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación matemática XXIII* (pp. 403-412). SEIEM. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7299306

Madrid, M. J., León-Mantero, C., y López-Esteban, C. (2020). El tratamiento del álgebra en los libros de matemáticas en castellano en el siglo XVIII. En C. López-Esteban y A. Maz-Machado (Eds.), *Las matemáticas en España durante el siglo XVIII a través de los libros y sus autores* (pp. 199-221). Universidad de Salamanca.

Marre, A. (1880). Notice sur Nicolas Chuquet et son Triparty en la Science des Nombres. En *Bulletino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche* (Vol. XIII) (pp. 555-814). Tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche. https://books.google.es/books?id=Rz9bVKIulWgC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0

Marre, A. (1881). *Le triparty en la science des nombres par maistre Nicolas Chuquet parisien, publié d'après le manuscrit fonds français no. 1346 de la Bibliothèque nationale de Paris et précédé d'une notice.* Imprimerie des sciences mathématiques et physiques. https://archive.org/details/TripartyEnLaScienceDesNombres/page/n1/mode/2up

Maz-Machado, A., León-Mantero, C., y Madrid, M. J. (2020). Una mirada a la ciencia española del siglo XVIII: los autores españoles de libros de matemáticas. En C. López-Esteban y A. Maz-Machado (Eds.), *Las matemáticas en España durante el siglo XVIII a través de los libros y sus autores* (pp. 45-61). Universidad de Salamanca.

Maz-Machado, A., y Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18*(1), 49-76. https://doi.org/10.12802/relime.13.1812

Muroi, K. (1999). Extraction of square roots in Babylonian mathematics. *Historia Scientiarum: International Journal of the History of Science Society of Japan, 9*, 127-133.

Núñez, J. M., y Servat, J. (1993). Los algoritmos para el cálculo de la raíz cuadrada y sus antecedentes en textos escolares antiguos. *Enseñanza de las ciencias*, *11*(1), 69-78.

Ojeda, J. C., y Gómez Fuentes, M. del C. (2012). Taxonomía de los modelos y metodologías de desarrollo de software más utilizados. *Universidades*, *52*, 37-47.

Oller-Marcén, A. M., y Muñoz-Escolano, J. M. (2019). Conceptions about mathematics, its teaching and learning in Compendio Mathematico (1707) written by the Spanish Thomas Vicente Tosca (1651-1723). *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *33*(64), 635-648. https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a09

Ortega, J. de. (1512). *Siguese vna conpusicion de la arte de la arismetica y juntamente de geometria*. Joannes trinxer librero de barcelona: en casa de Maistro Nicolau de Benedictis. https://repositorio.bde.es/handle/123456789/2599

Ortega, J. de. (1534). *Tratado subtilissimo de arismetica y de geometria*. Juã Crõberger. http://bdh-rd.bne.es/viewer.vm?id=0000286517&page=1

Ortega, J. de. (1537). *Tratado subtilissimo de arismetica y de geometria*. Juã Crõberger. https://www.bibliotecavirtualdeandalucia.es/catalogo/es/catalogo_imagenes/grupo.do?path=162251

Ortega, J. de. (1542). *Tratado subtilissimo de arismetica y de geometria*. En casa de Jacom Cromberger. https://catalog.hathitrust.org/Record/009352396

Ortega, J. de. (1552). *Tractado subtilissimo de Arismetica y de Geometria* (G. D. Busto, Ed.). Iuan Canalla. https://babel.hathitrust.org/cgi/pt?id=ucm.5322482769&seq=9

Ortega, J. de, Lagarto, J., Busto, G. D., y Pérez de Moya, J. (1563). *Tractado subtilissimo de arismetica y geometria*. Rene Rabut impressor de libros: A costa de Juan dias mercader de libros. https://weblioteca.uv.es/bdigital/Z_12_134/Z_12_134.pdf

Osler, T. (1999). Extending the Babylonian Algortihm. *Mathematics and Computer Education*, *33*(2), 120-128.

Parajuli, K. K. (2021). Three classical methods to find the cube roots: A connective perspective on Lilavati, Vedic and Pande's procedures. *Journal of Nepal Mathematical Society*, *4*(1), 23-32. https://doi.org/10.3126/jnms.v4i1.37110

Pérez de Moya, J. (1562). *Arithmetica practica, y speculativa*. Mathias Gast. https://books.google.es/books/ucm?id=0unD_DV1b-8C&hl=es&pg=PP5#v=onepage&q&f=false

Pérez de Moya, J. (1573). *Tratado de Mathematicas*. Iuan Gracian. https://digibug.ugr.es/handle/10481/11557

Picado, M., Rico, L., y Gómez, B. (2015). Enseñanza de las unidades métricas en España en la segunda mitad del siglo XIX. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, *33*(3), 175-196. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1567

Puig, A. (1672). *Arithmetica especulativa, y practica, y arte de algebra*. Antonio Lacavalleria. https://books.google.es/books?id=xGjVFzQ9dBYC&hl=es&pg=PP5#v=onepage&q&f=false

Rey Pastor, J. (1913). *Los matemáticos españoles del siglo XVI*. Universidad de Oviedo. https://digibuo.uniovi.es/dspace/bitstream/handle/10651/19029/0548568.pdf;jsessionid=7EFE38DD9AFC36885BA29AC9CC27F4D2?sequence=1

Rolle, M. (1690). *Traité d'algèbre ou principes généraux pour résoudre les questions de mathématique*. Estienne Michallet. https://babel.hathitrust.org/cgi/pt?id=ucm.5315916580&seq=5

Romero Vallhonesta, F. (2012). Algebraic symbolism in the first algebraic works in the Iberian Peninsula. *Philosophica, 87*(4), 117-152. https://doi.org/10.21825/philosophica.82141

Ruiz Berrio, J. (1976). El método histórico en la investigación histórica de la educación. *Revista Española de Pedagogía, 34*(134), 449-475.

Ruiz-Catalán, J. (2020). *El álgebra y su enseñanza en la Arithmetica Especulativa, y Practica y arte de Algebra de Andrés Puig (1672)* [Trabajo Fin de Máster, Universidad de Granada]. https://digibug.ugr.es/handle/10481/72105

Ruiz-Catalán, J., y Valle-Arias, I. M. (2024). El Método General de Resolución de Ecuaciones de la Regla Media de Andrés Puig (1672). *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 38*, e240106. https://doi.org/10.1590/1980-4415v38a240106

San Joseph, P. de. (1772). *Instituciones arithmeticas*. Pedro Marin. https://www.google.es/books/edition/Instituciones_arithm%C3%A9ticas_del_P_Paulin/p6dk6DIFTMQC?hl=es&gbpv=0

Tosca, T. V. (1709). *Compendio Mathematico* (Tomo II). Por Antonio Bordazar. https://bdh.bne.es/bnesearch/detalle/bdh0000068887

Ventallol, J. (1521). *Practica mercantiuol composta e ordenada per en Joan Vâtallol de la ciutat de Mallorques*. Joan de la Place. https://repositorio.bde.es/handle/123456789/2857

Wang, L., Needham, J., y Ling, W. (1954). Horner's method in Chinese mathematics: Its origins in the root-extraction procedures of the Han Dynasty. *T'oung Pao, 43*(1), 345-401. https://doi.org/10.1163/156853254X00146

Autor de correspondencia:
Jacinto Ruiz Catalán
Dirección: Avda. Padre Villoslada 39
14850 Baena (Córdoba) - España
jacinruiz@hotmail.com