

Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría

Susana Moriena y Sara Scaglia

Resumen: En este artículo describimos un estudio realizado para detectar la influencia de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos geométricos. Se trata de estudiar la dificultad para identificar una figura geométrica cuando su representación gráfica difiere (por ejemplo, en su posición) de la que se presenta comúnmente en los libros de texto.

En el marco teórico describimos distintos enfoques que proporcionan argumentos para explicar estas dificultades. En el trabajo de campo incluimos las respuestas de alumnos de 8º año de EGB (13 años) en tareas propuestas para estudiar sus interpretaciones de representaciones gráficas de figuras geométricas que responden o no a estereotipos determinados.

Abstract: In this paper we describe a study to detect the influence of stereotyped graphical representations in the teaching and learning of geometrical concepts. We study the difficulties to identify a geometrical figure, when its graphical representation differs (for example, in the position) from that we usually observe in textbooks.

In the theoretical study, we describe different approaches which provide argument to explain these difficulties. In the empirical study, we include the student's answers (13 years old) in tasks proposed to study their interpretations of graphical representations of geometrical figures, corresponding to determined stereotypes.

INTRODUCCIÓN

En este artículo describimos un estudio realizado para detectar la influencia de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos geométricos.

Fecha de recepción: noviembre de 2001.

Utilizamos la expresión *representación gráfica estereotipada* para hacer referencia a representaciones gráficas de figuras geométricas utilizadas con mucha frecuencia en los libros de texto. Estas representaciones gráficas poseen ciertas características visuales (fundamentalmente relacionadas con la posición) irrelevantes para el concepto, pero que influyen en la apreciación de los alumnos. Por ejemplo, la representación gráfica estereotipada del cuadrado y del rectángulo se caracteriza porque los lados son paralelos a las líneas horizontal y vertical, respectivamente; la de la pirámide se caracteriza porque la base se apoya sobre el plano horizontal.

Durante el tratamiento de algunos conceptos geométricos en los niveles de escolaridad obligatorios, es muy común observar que los alumnos tienen dificultad para reconocer una figura geométrica cuando la representación gráfica que se presenta no es la estereotipada.

Diversas investigaciones han puesto de manifiesto estas dificultades (Hershkowitz, Bruckeimer y Vinner, 1987; Hershkowitz, 1989; Parzysz, 1991; Gutiérrez y Jaime, 1996). Schwarz y Hershkowitz (1999) sostienen que el aprendizaje de conceptos en geometría está gobernado por el uso de ejemplos especiales que denominan prototipos.

Gutiérrez y Jaime (1996) afirman que “en la formación de la imagen de un concepto que tiene una persona juega un papel básico la propia experiencia y los ejemplos que se han visto o utilizado tanto en el contexto escolar como extraescolarmente. Con frecuencia estos ejemplos son pocos y con alguna característica visual peculiar, convirtiéndose en prototipos y en los únicos casos de referencia con los que el estudiante puede comparar casos nuevos”. Estos autores sostienen que es errónea la creencia acerca de que los estudiantes basan sus razonamientos en definiciones verbales (formales) de los conceptos y de que sus imágenes del concepto tienen un papel secundario. En cambio, encontraron que los estudiantes de magisterio tienen unas imágenes conceptuales muy próximas a las de los estudiantes de primaria, y abundan las imágenes basadas en las figuras prototípicas más frecuentes en los libros de texto (por ejemplo, los triángulos apoyados en la base horizontal y con la altura interior).

La geometría que enseñamos consiste en objetos teóricos, pero pone en juego también representaciones gráficas. Se establece entonces una distinción entre figura (referente teórico, objeto de una teoría) y dibujo (representación gráfica de una figura). El dibujo remite al objeto de una teoría en una lectura hecha con objetos de una teoría. “En la medida en que la geometría enseñada no puede vivir sin el dibujo, es importante que los alumnos aprendan a controlar a través de conoci-

mientos teóricos los aspectos perceptivos ligados al dibujo” (Laborde y Capponi, 1994).

En la siguiente sección describimos algunos enfoques teóricos que podrían explicar la influencia de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos geométricos. Posteriormente, incluimos las respuestas obtenidas en dos tareas propuestas a alumnos de 8º de EGB (13 años) para indagar sobre esta problemática a la luz de las reflexiones teóricas.

MARCO TEÓRICO

En esta sección haremos referencia a diversos enfoques teóricos que permiten explicar las dificultades observadas en los alumnos como consecuencia de la utilización de representaciones gráficas estereotipadas.

LA TEORÍA DE LOS CONCEPTOS FIGURALES

En primer lugar consideramos las ideas sostenidas por Fischbein (1993). Este autor afirma que las figuras geométricas constituyen una clase especial de conceptos a los que denomina “conceptos figurales”, porque poseen una doble naturaleza, conceptual y figural.

Desde el punto de vista conceptual, una figura geométrica (por ejemplo, una circunferencia) constituye un concepto genuino, una entidad ideal abstracta, que se define formalmente (la circunferencia es el conjunto de puntos de un plano que equidistan de un punto fijo denominado centro). Desde el punto de vista figural, una figura geométrica “refleja propiedades espaciales (forma, posición y magnitud)” (Fischbein, 1993). La componente figural de la figura geométrica debería permanecer enteramente sujeta a las limitaciones formales impuestas por la definición.

Esta idea no siempre es comprendida y, a menudo, es olvidada por el estudiante. Aunque conozca la definición de paralelogramo (cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos), puede ser difícil para él ver entre diversas formas la misma categoría de figuras. Desde el punto de vista figural, un paralelogramo propiamente dicho,¹ un rectángulo o un cuadrado son tan diferentes que el efecto unificador del concepto desaparece.

¹ Llamamos “paralelogramo propiamente dicho” al cuadrilátero que posee los lados opuestos paralelos, pero no es cuadrado ni rectángulo.

Según Fischbein, la tendencia a rechazar la definición bajo la presión de limitaciones figurales representa un obstáculo principal en el razonamiento geométrico. En ese sentido, el proceso de construir en la mente del estudiante un concepto figurado no debería considerarse un efecto espontáneo de los cursos usuales de geometría. La integración de propiedades figurales y conceptuales con el predominio de las segundas no es un proceso natural y debería constituir una preocupación sistemática del docente.

LA TEORÍA DEL PROTOTIPO

En general, se consideran dos aproximaciones diferentes para explicar los mecanismos que gobiernan el aprendizaje de conceptos: la clásica y la probabilística. La aproximación clásica argumenta que “las definiciones juegan un papel central, porque un concepto o una categoría [...] tiene un sistema de reglas que claramente define los límites de la categoría, como también todos sus atributos críticos (los atributos que cada ejemplo debería tener para pertenecer a la categoría)” (Bruner *et al.*, citado en Schwarz y Hershkowitz, 1999).

La aproximación probabilística, en cambio, considera que algunos ejemplos del concepto son más centrales para el aprendizaje que otros. Estos ejemplos de más peso se llaman prototipos y “son los ejemplos que comparten un mayor número de atributos con otros miembros de la categoría, los que tienen un mayor ‘parecido familiar’” (Pozo, 1993).

En el caso del aprendizaje de conceptos geométricos, Schwarz y Hershkowitz (1999) afirman que cada concepto tiene uno o varios ejemplos prototípicos, que son los que primero se adquieren. Estos ejemplos prototípicos son usualmente los que poseen una mayor lista de atributos: todos los atributos críticos, así como también otros atributos propios. Por ejemplo, el ejemplo prototípico del concepto de cuadrilátero es el cuadrado. Los investigadores encontraron que las imágenes conceptuales de los niños a menudo incluyen sólo los prototipos. Los ejemplos prototípicos son usados como un marco de referencia tal que otros ejemplos son juzgados por referencia al prototipo como un todo o por referencia a los atributos propios del prototipo en lugar de la referencia a la definición matemática del concepto.

LA INTELIGENCIA DE LA PERCEPCIÓN VISUAL

En tercer lugar, consideramos la teoría propuesta por Arnheim (1985) para explicar la influencia de las representaciones gráficas estereotipadas en el aprendizaje de los conceptos geométricos. Este autor afirma que, en psicología, ha sido muy común distinguir entre la información que se recibe a través del ojo, por un lado, y el tratamiento al que se somete esa información, por el otro. Sostiene, en cambio, que la percepción visual es una operación mental que interviene (junto con otras, como la memoria o el pensamiento) en la recepción, almacenaje y procesamiento de información. Por esa razón afirma que “la percepción visual es pensamiento visual” (Arnheim, 1985, p. 13). Incluso considera que “en la percepción visual de la forma se dan los comienzos de la formación de conceptos” (Arnheim, 1985, p. 26).

Desde nuestro punto de vista, la importancia de la percepción visual señalada por Arnheim remite a la distinción realizada por Fischbein entre componente conceptual y componente figural de un concepto geométrico. Las dificultades de los alumnos podrían explicarse, tal como sostiene este último, por el predominio de la componente figural sobre la conceptual. Este predominio estaría justificado por la influencia de la percepción visual en la formación de los conceptos.

En cuanto a la teoría del prototipo, es preciso reconocer que la explicación que propone respecto de la adquisición de conceptos está siendo cuestionada. En Pozo (1993) se describen algunas de sus limitaciones, como por ejemplo el hecho de que la adquisición de determinados conceptos (especialmente los científicos) se adecua mejor a la aproximación clásica que a la probabilística. Los resultados de las investigaciones realizadas según este enfoque están siendo interpretados desde otros puntos de vista y, en algunos casos, se ha llegado a conclusiones diferentes.

Por esta razón, el estudio de las respuestas de los alumnos a las tareas propuestas se realiza siguiendo los enfoques de Fischbein y de Arnheim. Desde nuestro punto de vista, estos enfoques proporcionan argumentos útiles para el estudio de las realizaciones de los alumnos. En otro trabajo realizaremos un estudio más detallado de las características de estos enfoques.

ESTUDIO DE CAMPO

Este estudio es de tipo descriptivo, ya que se trata de observar las realizaciones de un grupo de alumnos en torno a una serie de tareas geométricas, a fin de

describir, analizar e interpretar sus producciones. Desde el punto de vista de la temporalización, es un estudio transversal. El muestreo es de conveniencia (Cohen y Manion, 1990).

Las tareas fueron propuestas durante el mes de noviembre de 2000 en dos cursos de 8º de EGB, pertenecientes a dos escuelas de la ciudad de Santa Fe (Argentina). En total las resolvieron 53 alumnos, tres de los cuales entregaron sus hojas completamente en blanco.

El objetivo de las tareas propuestas es detectar errores en los alumnos, causados por el uso de representaciones gráficas de las figuras que responden o no a estereotipos determinados.

El estudio de las respuestas de los alumnos se realiza teniendo en cuenta dos aspectos: el porcentaje de alumnos que seleccionan las distintas opciones propuestas en cada tarea y la organización de los argumentos usados por los alumnos en categorías.

RESULTADOS OBTENIDOS EN LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE POLIEDROS

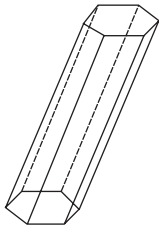
En el cuadro 1 incluimos la tarea presentada a los alumnos.

Antes de describir los resultados, incluimos algunas conjeturas de partida que justifican la elección de las figuras incluidas en esta tarea. Los alumnos:

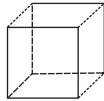
- no tendrán dificultades en reconocer el prisma oblicuo 1 y la pirámide oblicua 7, ya que en cada caso corresponden a las representaciones gráficas estereotipadas.
- tendrán dificultad en reconocer que el cubo 2 constituye un prisma recto.
- no tendrán dificultad en reconocer el prisma 3.
- confundirán el prisma 5 con una pirámide.
- tendrán dificultad para incluir el poliedro 4 en la categoría “ni prisma ni pirámide”.
- confundirán la pirámide 6 con una pirámide oblicua, porque su base no es paralela al plano horizontal.

Cuadro 1 Tarea sobre poliedros

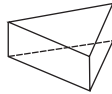
1. Dados los siguientes poliedros, marca una cruz en los casilleros que corresponda



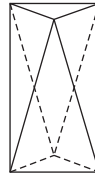
1



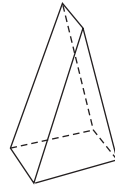
2



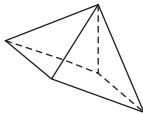
3



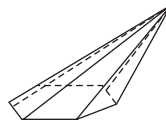
4



5



6



7

	Prisma		Pirámide		Ni prisma ni pirámide
	Recto	Oblicuo	Recto	Oblicuo	
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

Explica en qué se diferencia un prisma de una pirámide. _____

En el cuadro 2 incluimos los porcentajes de respuestas correctas y de errores observados.

Cuadro 2 Porcentaje de respuestas correctas y errores observados

Poliedro	Respuestas correctas	Errores				No resuelve	No válidos
		Recto/oblicuo	Ni prisma ni pirámide	Pirámide	Prisma		
Prisma 1	84%	4%	6%	-	-	4%	2%
Prisma 2	56%	-	38%	-	-	6%	-
Prisma 3	26%	12%	16%	42%	-	4%	-
Prisma 5	8%	-	14%	72%	-	2%	4%
Pirámide 6	44%	54%	-	-	-	2%	-
Pirámide 7	90%	-	-	-	8%	2%	-
Poliedro 4	48%	-	-	10%	32%	8%	2%

Nuestras suposiciones con respecto a que los alumnos no tendrán dificultades para identificar el prisma 1 y la pirámide 7 han sido acertadas (puesto que se presenta el 84% y el 90% de respuestas correctas, respectivamente). Las dos figuras se presentan mediante las representaciones gráficas estereotipadas, caracterizadas porque las bases del prisma y la base de la pirámide están apoyadas en el plano horizontal.

El 38% de los alumnos afirma que el prisma 2 (cubo) no es prisma ni pirámide. Esta respuesta era esperada, ya que en los libros de texto es bastante habitual clasificar a los poliedros (injustificadamente) en tres categorías: prisma, cubo y pirámide. No obstante, más de la mitad de los alumnos reconoce correctamente esta figura.

Los prismas de base triangular 3 y 5 cosecharon el mayor porcentaje de errores.

Tal como esperábamos, 72% confunde el prisma 5 con una pirámide. La arista lateral situada en la parte superior de la figura es interpretada como vértice de una pirámide. Desde el punto de vista de la percepción visual, el punto cuspidal o vértice es un referente muy fuerte en la identificación de las pirámides. En este caso, la influencia de la percepción visual (Arnheim, 1985) conduce a la confusión de los alumnos que, en lugar de observar detalladamente la figura, se quedan con la primera impresión visual. La confusión se agudiza por la posición del

prisma 5 (apoyado sobre una cara lateral y no sobre una base) que no responde a la posición de la representación gráfica estereotipada.

No encontramos razones para explicar el error (observado en 42% de los alumnos) de confundir el prisma 3 con una pirámide. Posiblemente, la presencia de caras triangulares haya sugerido a los alumnos la idea de una pirámide. En este caso, se observa la mayor influencia de la componente figural (presencia de caras triangulares) sobre la conceptual.

Con respecto a la pirámide 6, el hecho de que su base no esté apoyada en el plano horizontal dio lugar a que 54% de los alumnos la confundiera con una pirámide oblicua.

El antiprisma (poliedro 4) no es utilizado frecuentemente en la enseñanza de los poliedros y rara vez se incluye en los libros de textos. Sin embargo, casi la mitad de los alumnos lo identifica correctamente.

La pregunta planteada: “¿en qué se diferencia un prisma de una pirámide?” ha resultado difícil para los alumnos. No nos sorprende este resultado, porque consideramos que es una pregunta fuera de lo común, que exige una elaboración por parte de los alumnos.

Una diferencia entre estos poliedros es la presencia de dos bases en el prisma y de una base en la pirámide. Sin embargo, el antiprisma cumple con la condición de tener dos bases y no constituye un prisma, pues sus caras laterales son triángulos.

Otra diferencia es el hecho de que las caras laterales de la pirámide son triángulos y las del prisma son paralelogramos. Sin embargo, las caras laterales del antiprisma también son triángulos y no es una pirámide porque posee dos bases.

Los argumentos de los alumnos fueron clasificados en distintas categorías. En el cuadro 3 incluimos las categorías, el número de sujetos que utiliza cada una y un ejemplo de respuesta.

La dificultad que ha generado la pregunta en los alumnos se manifiesta en el porcentaje (30%) que no la contesta.

Las diferencias indicadas anteriormente entre prisma y pirámide han sido mencionadas por algunos alumnos de manera aislada, especialmente la relacionada con las caras laterales de estos cuerpos.

La respuesta más frecuente es la referencia al vértice de la pirámide (categoría 1). Esto se explica nuevamente por la influencia del punto cuspidal sobre la percepción visual.

Cuadro 3 Categorías y ejemplos de respuestas para la tarea sobre poliedros

Categoría	Frecuencia	Ejemplo de respuestas
1. Referencia a la presencia del vértice.	11	"La diferencia es que la pirámide termina con un vértice" (sujeto 8).
2. Descripción de caras.	9	"Las caras de la pirámide son triángulos isósceles iguales. Las caras laterales del prisma forman un rectángulo" (sujeto 12).
3. Clasificación de los prismas y/o las pirámides.	5	"Los prismas son rectos y oblicuos y paralelepípedos y las pirámides son irregulares, regulares y tronco de pirámide" (sujeto 28).
4. Presencia de dos bases en el prisma y de una base en la pirámide.	3	"Pirámide: tiene una sola base. Prisma: tiene dos bases" (sujeto 24).
5. Descripción del tipo de polígono de la base de uno u otro.	2	"Se diferencian en que los prismas tienen una base cuadrada y las pirámides tienen una base triangular" (sujeto 27).
6. Descripción de lados.	1	"La pirámide tiene 4 lados" (sujeto 38).
7. Referencia a las dimensiones de cada uno.	2	"Una pirámide es una figura y un prisma es un cuerpo" (sujeto 42).
8. Respuestas imprecisas.	2	"El prisma tiene partes inclinadas y la pirámide también, pero sus partes de los costados son iguales" (sujeto 41).
9. Sin respuesta.	15	

RESULTADOS OBTENIDOS EN LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE ROMBOS


En el cuadro 4 incluimos la tarea presentada a los alumnos.

La representación gráfica estereotipada del rombo se caracteriza por presentar las diagonales paralelas a las líneas horizontal y vertical, respectivamente (es decir, la figura "parada en una punta", como suele expresarse en lenguaje coloquial).

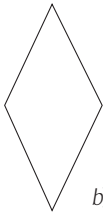
En la tarea presentada incluimos dos rombos en la posición estereotipada (incisos *b* y *c*, respectivamente) y otros dos con lados paralelos a la línea horizontal. Uno de ellos (inciso *a*) es un cuadrado. Conjeturamos que los alumnos reconoce-

Cuadro 4 Tarea sobre rombos

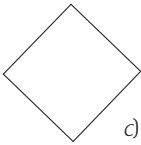
2. ¿Cuáles de los siguientes cuadriláteros son rombos?



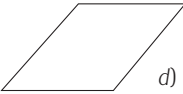
a)



b)



c)



d)

a) Sí No Por qué _____

b) Sí No Por qué _____

c) Sí No Por qué _____

d) Sí No Por qué _____

rían sin dificultad los primeros y que, en cambio, podrían presentarse errores en los segundos.

Las figuras *a* y *c* son congruentes, ya que la figura *a* ha sido rotada para obtener la figura *c*. Lo mismo ocurre con las figuras *b* y *d*.

En el cuadro 5 incluimos los porcentajes de respuestas correctas e incorrectas. En todos los casos, la mayoría de los alumnos identifica correctamente las figuras. Sin embargo, tal como esperábamos, el porcentaje de respuestas correctas disminuye en las figuras *a* y *d*.

Desde el punto de vista conceptual se pueden presentar las siguientes definiciones de rombo:

- Cuadrilátero que tiene cuatro lados congruentes.²
- Cuadrilátero cuyas diagonales determinan dos triángulos isósceles congruentes.
- Cuadrilátero cuyas diagonales determinan cuatro triángulos rectángulos congruentes.

² En este trabajo, la definición de rombo adoptada es la siguiente: cuadrilátero que posee cuatro lados congruentes.

Cuadro 5 Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas en la tarea sobre rombos

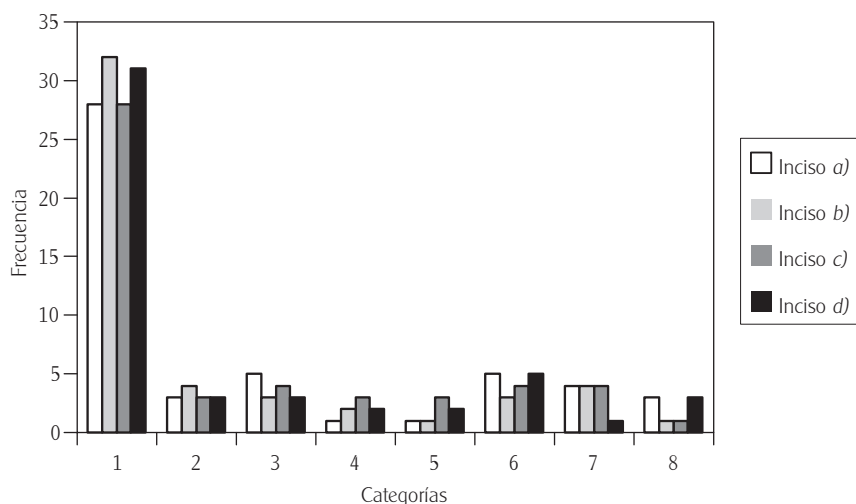
Inciso	Respuesta correcta	Respuesta incorrecta	No responde
a)	66%	28%	6%
b)	98%	2%	–
c)	94%	6%	–
d)	70%	24%	4%

Cuadro 6 Categorías de respuestas en la tarea sobre rombos

Categorías	Ejemplo de respuesta
1. Igualdad de los lados.	"Tiene los cuatro lados iguales" (sujeto 9).
2. Descomposición de la figura en triángulos.	"Al trazar una recta por el medio nacen dos triángulos" (sujeto 18).
3. Comparación con un cuadrado.	"Es un cuadrado parado en una punta" (sujeto 39).
4. Posición con respecto a la horizontal.	"Si le damos vuelta queda con forma de rombo" (sujeto 35).
5. Compara la amplitud de los ángulos.	"Sí, porque dos de sus ángulos son menores de 90 y dos son mayores de 90" (sujeto 48).
6. Respuestas imprecisas de los rombos" (sujeto 42).	"Sí, porque se cumplen las proporciones medidas
7. No justifica.	
8. No responde.	

La justificación más utilizada por los alumnos para afirmar que cada figura constituye un rombo es la primera, aunque se utilizaron también otras justificaciones incompletas o erróneas. La segunda definición no se presentó de modo completo. Se ha observado la idea de descomponer la figura en triángulos, pero en ningún caso se especifican las características que deben cumplir estos triángulos. En el cuadro 6 incluimos todas las categorías observadas y un ejemplo de respuesta para cada una.

En la gráfica 1 observamos la frecuencia de uso de cada categoría.



Gráfica 1 Frecuencia de uso de cada categoría en la tarea sobre rombos

En todos los incisos, la respuesta más frecuente es la alusión a los cuatro lados iguales. Las categorías restantes son escasamente utilizadas.

La categoría 4 (posición respecto a la horizontal) recoge las respuestas de aquellos alumnos que, en general, reconocen que las figuras son rombos, aunque en sus explicaciones se manifiesta que están pensando en la representación gráfica estereotipada. Dos alumnos, cuyas respuestas transcribimos a continuación, ponen de manifiesto que el dibujo estereotipado del rombo desempeña un papel en la valoración de las figuras:

Sujeto 26 Afirma que a es rombo, porque “si lo vemos de costado podremos observar que es un rombo con todos sus lados iguales”.

Sujeto 37 Afirma que a es rombo, porque “si le damos vuelta queda con forma de rombo y además tiene los cuatro lados iguales”.

En ambos ejemplos se manifiesta que las características figurales de la representación gráfica son consideradas por los alumnos antes que la característica conceptual de poseer los cuatro lados iguales.

CONCLUSIONES

En este estudio nos propusimos detectar respuestas de alumnos de 13 años relacionadas con el uso de representaciones gráficas estereotipadas de algunas figuras geométricas (rombo, prisma y pirámide).

En general, en las descripciones de los alumnos observamos que la componente conceptual de las figuras está bien delimitada. Sin embargo, encontramos indicios de que los dibujos estereotipados de estas figuras influyen en la valoración realizada por los jóvenes durante su reconocimiento.

Coincidimos con Fischbein (1993) en que, muy a menudo, la componente figural no permanece enteramente acotada por la conceptual. En la tarea de identificar rombos a partir de diversas representaciones gráficas, algunos alumnos hacen referencia a la posición de la figura (una característica de la componente figural) para justificar sus respuestas: “pueden ser cuadrados estirados y vistos de otras formas” (sujeto 43). La atención prestada a la posición podría explicarse, siguiendo a Arnheim (1985), en la influencia de la percepción visual en la formación de conceptos.

Una recomendación básica que se deriva de estos resultados, para el tratamiento escolar de estos conceptos, es la siguiente: es necesario que los alumnos apliquen sus conocimientos conceptuales de las figuras geométricas sobre dibujos no estereotipados de éstas. Aparentemente, no está fallando el conocimiento de la componente conceptual de la figura. Lo que observamos es una mayor influencia (durante la valoración de representaciones gráficas) de la componente figural.

A partir de los resultados obtenidos, planteamos varias líneas de trabajo a fin de continuar nuestra investigación. En primer lugar, nos proponemos analizar el tratamiento que reciben las figuras geométricas en libros de texto del nivel primario para observar el tipo de representaciones gráficas utilizadas y el hincapié realizado en la componente conceptual. En segundo lugar, diseñaremos secuencias didácticas que permitan la superación de este tipo de dificultades. Investigaremos si el uso de un *software* de geometría como medio interactivo evita la formación de estereotipos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arnheim, R. (1985), *El pensamiento visual*, Buenos Aires, Editorial Universitaria.
- Cohen, L. y L. Manion (1990), *Métodos de investigación educativa*, Madrid, La Muralla.
- Fischbein, E. (1993), "The Theory of figural concepts", *Educational Studies in Mathematics*, 24, pp. 139-162.
- Gutiérrez, A. y A. Jaime (1996), "Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de Magisterio", en J. Giménez, S. Llinares y V. Sánchez (eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*, Granada, Comares, pp. 143-170.
- Hershkowitz, R. (1989), "Visualizations in geometry. Two sides of the coin", *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11 (1), pp. 61-76.
- Hershkowitz, R., M. Bruckeimer y S. Winner (1987), "Activities with teachers based on cognitive research", en M. Lindquist y A. Shulte (eds.), *Learning and Teaching Geometry. K-12. 1987 Yearbook*, Reston, NCTM, pp. 222-235.
- Laborde, C. y B. Capponi (1994), "Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14, 12.
- Parzys, B. (1991), "Representation of Space and Students' Conceptions at High School Level", *Educational Studies in Mathematics*, 22, pp. 575-593.
- Pozo, J.I. (1993), *Teorías cognitivas del aprendizaje*, Madrid, Ediciones Morata.
- Schwarz, B. y R. Hershkowitz (1999), "Prototypes: Brakes or Levers in Learning the Function Concept? The Role of Computer Tools", *Journal for Research Mathematics Education*, 30(4), pp. 362-389.

DATOS DE LAS AUTORAS

Susana Moriena

Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina
smoriena@fafodoc.unl.edu.ar

Sara Scaglia

Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina
scaglia@fafodoc.unl.edu.ar

